И. Е. ФЕОКТИСТОВ

АЛГЕБРА

7

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО МНЕМОЗИНА

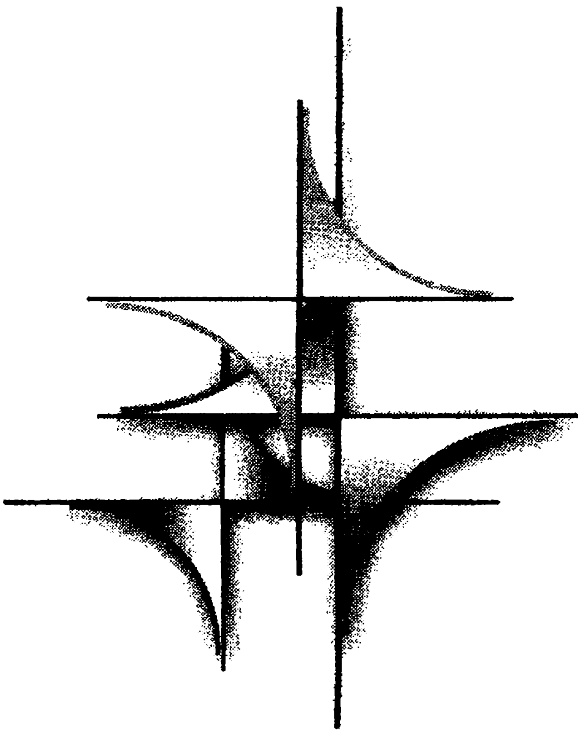
И. Е. ФЕОКТИСТОВ

АЛГЕБРА

7

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО МНЕМОЗИНА

Москва 2009

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21
Ф42

Феоктистов И. Е.

Ф42 Алгебра. 7 класс. Дидактические материалы. Методические рекомендации / И. Е. Феоктистов. — М. Мнемозина, 2009. — 166 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01140-8

Дидактические материалы предназначены для проверки знаний учащихся 7-го класса с углубленным изучением математики. Тексты самостоятельных, контрольных и тестовых работ даны в соответствии с учебником Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. Н. Нешкова, И. Е. Феоктистова «Алгебра. 7 класс» (М. : Мнемозина). Задания могут быть использованы педагогами для составления различных видов проверочных работ для школьников, изучающих алгебру по учебникам других авторов.

Пособие содержит комментарии для учителя и примерное поурочное планирование.

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-346-01140-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данная книга предназначена для организации и проведения тематического и итогового контроля уровня знаний, умений и навыков учащихся 7-го класса с углубленным и расширенным изучением математики. Представленные в пособии самостоятельные, контрольные и тестовые работы полностью соответствуют содержанию и структуре материала, изложенного в учебнике Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, И. Е. Феоктистова «Алгебра. 7 класс» (М. : Мнемозина). Однако большая часть упражнений может использоваться учителем для составления различных работ в классах, изучающих алгебру по другим учебникам и учебным пособиям. В этом случае книга будет полезной и для педагогов, работающих в общеобразовательных классах с хорошей математической подготовкой. Дидактические материалы могут использоваться учащимися для самообразования и самопроверки.

Каждая самостоятельная или контрольная работа состоит из подготовительного, двух основных и третьего, дополнительного, вариантов. Подготовительный вариант может использоваться в качестве домашнего задания или для выполнения на уроке непосредственно перед самостоятельной или контрольной работой. Дополнительный вариант можно предложить для работы над ошибками, а также в качестве третьего варианта работы во время ее выполнения. Кроме того, его можно использовать для тех учащихся, которые по каким-либо причинам пропустили проверочную работу.

Тексты контрольных и самостоятельных работ носят примерный характер, количество заданий в большинстве случаев дано с избытком. Учитель в зависимости от специфики класса может заменять задания или исключать их совсем.

Каждый тест содержит шесть заданий, рассчитанных на 15—20 минут.

Пособие содержит примерное поурочное планирование, в соответствии с которым выстроены предлагаемые работы. Все задания сборника снабжены ответами (за исключением заданий на доказательство и построение графиков функций).

Автор приносит искреннюю благодарность учащимся московской школы № 1741 за экспериментальную проверку самостоятельных и контрольных работ, за многочисленные замечания и советы, которые способствовали улучшению данной книги.

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Повторение материала 5—6-го классов

Подготовительный вариант

1. Вычислите значение выражения $\left(5\frac{1}{4} - 8{,}1 \cdot \frac{4}{9}\right) : 3{,}3 + 3\frac{2}{3}$.
2. Найдите длину отрезка MN, если $M(-78)$, $N(-23)$.
3. Найдите координату точки $P(x)$, если она является серединой отрезка MN, где $M(-78)$, $N(-23)$.
4. Одна сторона прямоугольника равна 40 см, а другая составляет 40% длины первой. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.
5. В саду растет 144 дерева, из которых 54 дерева — яблони, а остальные — груши. Сколько процентов всех деревьев составляют груши?
6. В 35-процентном растворе содержится 42 кг соли. Какова масса раствора?
7. Решите уравнения:

   а) $|x| = 7$, $|x| = 0$, $|x| = -7$;

   б) $|2 - x| = 7$, $|2 - x| = 0$, $|2 - x| = -7$.
8. Выполните действия: $\dfrac{\left(3\frac{11}{27} - 2\frac{17}{18}\right) : 1\frac{23}{27} - 3\frac{3}{5} : 3}{\left(43 - 42\frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3}} + 2{,}5.$

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $\frac{3}{8}\ \ 2{,}4 + \frac{2}{3}\ \ 0{,}15$.
2. Найдите длину отрезка MN, если $M(5)$, $N(-3)$.
3. Найдите координату точки $P(x)$, если она является серединой отрезка MN, где $M(5)$, $N(-3)$.
4. Одна сторона прямоугольника равна 90 см, а другая составляет 70% длины первой. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

5. При выполнении домашнего задания по алгебре 12% учащихся 7 «А» класса задачу решить не смогли, 32% решили с ошибками, а остальные 14 учащихся решили правильно. Сколько учащихся было в 7 «А» классе?
6. 340 кг руды первого рудника содержат 61,2 кг железа, а 260 кг руды другого рудника — 59,8 кг железа. В руде какого рудника процентное содержание железа больше и на сколько?
7. Решите уравнения:

   а) $|x| = 4$, $|x| = 0$, $|x| = -4$;

   б) $|x - 3| = 2$, $|x - 3| = 0$, $|x - 3| = -2$.
8. Выполните действия:

$$\frac{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}}{\left(4\frac{2}{3} + 0{,}75\right) \cdot 3\frac{9}{13}} \quad 34\frac{2}{7} + \frac{0{,}3 : 0{,}01}{70} + \frac{2}{7}.$$

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения $2{,}08 : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \quad 0{,}15$.
2. Найдите длину отрезка MN, если $M(7)$, $N(-3)$.
3. Найдите координату точки $P(x)$, если она является серединой отрезка MN, где $M(7)$, $N(-3)$.
4. Одна сторона прямоугольника равна 80 см, а другая составляет 65% длины первой. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.
5. В первый день турист прошел 43% всего маршрута, во второй день — 28%, а в третий — оставшиеся 14,5 км. Сколько километров составляла длина всего маршрута?
6. 320 г одного раствора содержат 112 г соли, а 440 г другого — 176 г соли. В каком растворе выше процентное содержание соли и на сколько?
7. Решите уравнения:

   а) $|x| = 3$, $|x| = 0$, $|x| = -3$;

   б) $|x - 4| = 3$, $|x - 4| = 0$, $|x - 4| = -3$.
8. Выполните действия:

$$\frac{\left(\frac{3}{5} + 0{,}425 - 0{,}005\right) : 0{,}1}{\frac{1}{6} + 3\frac{1}{3} + 30{,}5} + \frac{6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{26 : 3\frac{5}{7}} - 0{,}05.$$

Вариант 3

1. Вычислите значение выражения $\frac{7}{8}\ \ 2{,}4 - \frac{2}{3}\ \ 0{,}75$.
2. Найдите длину отрезка AB, если $A(-12{,}5)$, $B(17{,}8)$.
3. Найдите координату середины отрезка AB, если $A(-12{,}5)$, $B(17{,}8)$.
4. Одна сторона прямоугольника равна 12 дм, а другая составляет 30% длины первой. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.
5. Сплав состоит из меди, цинка и свинца. Медь составляет 62,8% сплава, цинк — 34,8%, остальное приходится на свинец. Сколько граммов каждой из составляющих частей надо взять, чтобы получить 0,8 кг сплава?
6. Книга дороже альбома на 25%. На сколько процентов альбом дешевле книги?
7. Решите уравнения:

   а) $|x| = 2{,}7$, $|x| = 0$, $|x| = -2{,}7$;

   б) $|1 - x| = 2{,}7$, $|1 - x| = 0$, $|1 - x| = -2{,}7$.
8. Выполните действия:

$$\left(\frac{3{,}75 + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1{,}875} - \frac{2\frac{3}{4} + 1{,}5}{2{,}75 - 1\frac{1}{2}}\right) : 1{,}1.$$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 2

§ 1. Множества

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Для обозначения совокупностей предметов в математике применяется термин *множество*. Объекты или предметы, составляющие множество, называют *элементами множества*. Если a — элемент множества M, то пишут $a \in M$ (читают: «a принадлежит M»). Если a не является элементом множества M, то пишут $a \notin M$ (читают: «a не принадлежит M»). Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым множеством* (обозначение $\varnothing$). Запись $a \in \varnothing$ не просто бессмысленна, а ошибочна, поскольку ничто не может принадлежать пустому множеству!

Множества бывают *конечными* и *бесконечными*. Если множество конечное, то его можно задать перечислением элементов, если бесконечное — характеристическим свойством. В основном мы будем рассматривать *числовые* множества.

Множество натуральных чисел обозначается буквой N, множество целых чисел — буквой Z, множество рациональных чисел — буквой Q. Некоторые свойства этих множеств будут рассмотрены в 8 классе.

Множество B называется *подмножеством множества A*, если каждый элемент множества B является элементом множества A. Записывают $B \subset A$ (читают: «B является подмножеством множества A» или «B содержится в A»).

Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то множества A и B совпадают. Записывают $A = B$.

Если $B \subset A$, причем $B \neq \varnothing$ и $B \neq A$, то множество B называют *собственным подмножеством множества A*.

Подготовительный вариант

1. Задайте перечислением элементов множество X, состоящее из букв, использующихся при записи слова «абракадабра». Принадлежит ли множеству X буква с? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.
2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 70. Принадлежит ли этому множеству число 14? число 15?
3. Составьте все подмножества множества $P = \{0;\ 3;\ 7\}$.
4. Дано множество $A = \left\{-2;\ 0;\ \frac{2}{7};\ 1;\ 1\frac{2}{13};\ 4;\ 6;\ 7;\ 11\right\}$. Известно, что $B \subset A$, $C \subset A$ и $B = \{x \mid x \in N,\ x \in A\}$, $C = \{x \mid x \in Z,\ x \in A\}$. Задайте множества B и C перечислением элементов. Является ли одно из множеств (B или C) подмножеством другого? Запишите ответ с помощью символа $\subset$ и проиллюстрируйте его с помощью кругов Эйлера.
5. Задайте перечислением элементов множества $M = \{x \mid x \in Z,\ |x| \leqslant 3\}$ и $K = \{x \mid x \in Z,\ x^2 \leqslant 9\}$. Равны ли эти множества?
6. Задайте с помощью характеристического свойства множество:
а) $A = \{0;\ 1;\ 4;\ 9;\ 16;\ 25\}$; б) $B = \{1;\ 5;\ 9;\ 13;\ 17;\ 21\}$.
7. Имеется два водных раствора кислоты. Первый раствор содержит 20% кислоты, второй — 60%. Смешали 5 литров первого раствора, 10 литров воды и некоторое количество второго раствора, получив 40-процентный раствор кислоты. Сколько литров второго раствора было взято?

Вариант 1

1. Задайте перечислением элементов множество X, состоящее из букв, использующихся при записи слова «пересечение». Принадлежит ли множеству X буква с? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.
2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 50. Принадлежит ли этому множеству число 10? число 20?
3. Составьте все подмножества множества $P = \{-1; 0; 1\}$.
4. Дано множество $A = \left\{-5; 0; \frac{1}{11}; 1; 2\frac{10}{11}; 5; 7{,}6; 10\right\}$. Известно, что $B \subset A$, $C \subset A$ и $B = \{x \mid x \in \boldsymbol{N}, x \in A\}$, $C = \{x \mid x \in \boldsymbol{Z}, x \in A\}$. Задайте множества B и C перечислением элементов. Является ли одно из множеств (B или C) подмножеством другого? Запишите ответ с помощью символа $\subset$ и проиллюстрируйте его с помощью кругов Эйлера.
5. Задайте перечислением элементов множества $M = \{x \mid x \in \boldsymbol{Z}, |x| \leqslant 4\}$ и $K = \{x \mid x \in \boldsymbol{Z}, x^2 \leqslant 16\}$. Равны ли эти множества?
6. Задайте с помощью характеристического свойства множество B, заданное перечислением элементов: $B = \{4; 7; 10; 13; 16; 19; 22\}$.
7. В 10 литрах кислотного раствора 96% объема составляет кислота. Сколько воды нужно долить, чтобы концентрация воды в полученном растворе была 60%?

Вариант 2

1. Задайте перечислением элементов множество X, состоящее из букв, использующихся при записи слова «перечисление». Принадлежит ли множеству X буква с? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.
2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 40. Принадлежит ли этому множеству число 8? число 25?
3. Составьте все подмножества $P = \{-2; 0; 2\}$.
4. Дано множество $A = \left\{-4; 0; \frac{11}{7}; 1; 2\frac{2}{23}; 3; 4{,}1; 17\right\}$. Известно, что $B \subset A$, $C \subset A$ и $B = \{x \mid x \in \boldsymbol{N}, x \in A\}$, $C = \{x \mid x \in \boldsymbol{Z}, x \in A\}$. Задайте множества B и C перечислением. Является ли

одно из множеств (B или C) подмножеством другого? Запишите ответ с помощью символа $\subset$ и проиллюстрируйте его с помощью кругов Эйлера.

5. Задайте перечислением элементов множества $M = \{x \mid x \in N, |x| \leqslant 5\}$ и $K = \{x \mid x \in N,\ x^2 \leqslant 25\}$. Равны ли эти множества?
6. Задайте с помощью характеристического свойства множество A, заданное перечислением элементов: $A = \{5; 8; 11; 14; 17; 20; 23\}$.
7. На вступительном экзамене по математике 15% абитуриентов не решили ни одной задачи, 144 абитуриента решили задачи с ошибками. Число абитуриентов, верно выполнивших все задачи, относится к числу абитуриентов, не решивших их вовсе, как 5 3. Сколько человек экзаменовались по математике?

Вариант 3

1. Задайте перечислением элементов множество X, состоящее из букв, использующихся при записи слова «контрпример». Принадлежит ли множеству X буква и? буква а? Ответ запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$.
2. Задайте перечислением элементов множество натуральных делителей числа 60. Принадлежит ли этому множеству число 12? число 24?
3. Составьте все подмножества множества $P = \{\alpha; \beta; \gamma; \delta\}$.
4. Дано множество $A = \left\{-1;\ -0{,}5;\ 0;\ \frac{1}{3};\ 1{,}2;\ 2;\ 5;\ 19\right\}$. Известно, что $B \subset A$, $C \subset A$ и $B = \{x \mid x \in N,\ x \in A\}$, $C = \{x \mid x \in Z,\ x \in A\}$. Задайте множества B и C перечислением элементов. Является ли одно из множеств (B или C) подмножеством другого? Запишите ответ с помощью символа $\subset$ и проиллюстрируйте его с помощью кругов Эйлера.
5. Задайте перечислением элементов множества $M = \{x \mid x \in Z, -3 \leqslant x < 4\}$ и $K = \{x \mid x \in Z,\ x^2 \leqslant 9\}$. Равны ли эти множества?
6. Задайте с помощью характеристического свойства множество B, заданное перечислением элементов: $B = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.
7. Успеваемость в группе — процентное содержание в ее составе успевающих студентов (т. е. сдавших сессию без «двоек»). Сколько успевающих студентов нужно добавить к группе из 24 человек, чтобы успеваемость в ней возросла с 75 до 80%?

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 3

§ 2. Числовые выражения и выражения с переменными

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Выражения, составленные из чисел, знаков действий и скобок, называются *числовыми выражениями*. Число, являющееся результатом выполнения всех действий в числовом выражении, называют *значением числового выражения*. О числовых выражениях, которые не имеют значения, говорят, что они *не имеют смысла*.

Для сравнения чисел используют знаки $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leqslant$, $\geqslant$. При этом могут использоваться двойные неравенства вида $a \leqslant x < b$ и т. п. Неравенства, в которых используются знаки $<$ и $>$, называют *строгими*, знаки $\leqslant$ и $\geqslant$ — *нестрогими*.

Выражения, составленные из чисел, букв, знаков действий и скобок, называются буквенными выражениями или *выражениями с переменной* (*с переменными*). Множество значений переменной, при которых выражение с переменной имеет числовое значение (имеет смысл), называют *областью допустимых значений* переменной данного выражения.

Выражения с переменными используются для записи чисел определенного вида. Например, запись $\overline{abc}$ означает любое трехзначное число, в котором a сотен, b десятков и c единиц, т. е. $\overline{abc} = 100a + 10b + c$. С помощью буквенных выражений удобно записывать математические правила, законы, определения. Например, определение *модуля числа а* (абсолютной величины) можно записать так: $|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ если } a < 0. \end{cases}$

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ

Ряд чисел, полученных в результате статистического исследования, называется *статистической выборкой* или просто *выборкой*, а каждое число этого ряда — *вариантой выборки*. Количество чисел в ряду называют *объемом* выборки. Запись выборки, когда последующая варианта не меньше предыдущей, называется *упорядоченным рядом данных* (или *вариационным рядом*).

Средним арифметическим выборки называется частное суммы всех вариант выборки и количества вариант (т. е. частное суммы всех вариант и *объема* выборки). Количество появлений одной и той же варианты в выборке называют *частотой* этой варианты. Варианта выборки, имеющая наибольшую частоту, называется *модой выборки*. Разность наибольшей и наименьшей вариант выборки называют *размахом выборки*. Если в упорядоченном ряду данных нечетное число вариант, то средняя по счету варианта называется *медианой*. Если в упорядоченном ряду четное число вариант, то среднее арифметическое двух средних по счету вариант называется *медианой*.

Подготовительный вариант

1. Используя характеристическое свойство, запишите:
   а) множество A натуральных чисел, кратных 11;
   б) множество B натуральных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 3.
2. Найдите значение выражения $\frac{3x}{2x+1} + \frac{5x-1}{3x-1}$ при $x = \frac{1}{2}$.
3. При каких значениях переменной выражение $\frac{2a-1}{2+a}$ имеет смысл?
4. При каком значении переменной выражение $\frac{2a+1}{|a|-1}$ не имеет смысла?
5. Составьте уравнение для решения задачи.
   Моторный катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел вниз по течению реки 15 км и такое же расстояние вверх по течению. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.
6. Для ряда данных 3; 4; 4; 4; 5 найдите:
   а) размах;
   б) объем;
   в) среднее арифметическое;
   г) моду;
   д) медиану.
7. Заполните таблицу значений выражения $\frac{4x - x^2}{x-1}$ с шагом 1 для $|x| \leqslant 4$.
8. Известно, что $\frac{b}{a} = 2$. Чему равно значение выражения:

   а) $\frac{2b}{a}$; б) $\frac{3a}{b}$; в) $\frac{3a-b}{a+b}$?

Вариант 1

1. Используя характеристическое свойство, запишите:
   а) множество A всех натуральных чисел, кратных 8;
   б) множество B всех натуральных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 1.
2. Найдите значение выражения $\frac{7x}{3x-2} + \frac{2x+5}{2x-1}$ при $x = \frac{1}{3}$.
3. При каких значениях переменной выражение $\frac{a-7}{a+7}$ имеет смысл?
4. При каком значении переменной выражение $\frac{a+7}{|a|-7}$ не имеет смысла?
5. Составьте уравнение для решения задачи.
   Моторный катер, собственная скорость которого 10 км/ч, прошел вниз по течению реки 25 км и такое же расстояние вверх по течению. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 5 ч.
6. Для ряда данных 4; 4; 4; 5; 5 найдите:
   а) размах;
   б) объем;
   в) среднее арифметическое;
   г) моду;
   д) медиану.
7. Заполните таблицу значений выражения $\frac{4-x^2}{x-1}$ с шагом 1 для всех целых значений переменной, удовлетворяющих условию $|x| \leqslant 3$.
8. Известно, что $\frac{a}{b} = -2$. Чему равно значение выражения:

   а) $\frac{2b}{a}$; б) $\frac{3a}{b}$; в) $\frac{3a+b}{a-b}$?

Вариант 2

1. Используя характеристическое свойство, запишите:
   а) множество A всех натуральных чисел, кратных 13;
   б) множество B всех натуральных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 12.
2. Найдите значение выражения $\frac{3x}{2x+1} + \frac{5x-1}{2x-1}$ при $x = \frac{1}{3}$.
3. При каких значениях переменной выражение $\frac{a-3}{a+3}$ имеет смысл?

4. При каком значении переменной выражение $\frac{a+3}{|a|-3}$ не имеет смысла?
5. Составьте уравнение для решения задачи.
Моторная лодка, собственная скорость которой 12 км/ч, прошла вниз по течению реки 30 км и такое же расстояние вверх по течению. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 6 ч.
6. Для ряда данных 3; 4; 5; 5; 5 найдите:
а) размах;
б) объем;
в) среднее арифметическое;
г) моду;
д) медиану.
7. Заполните таблицу значений выражения $\frac{2x-x^2}{x-1}$ с шагом 1 для всех целых значений переменной, удовлетворяющих условию $|x| \leqslant 3$.
8. Известно, что $\frac{b}{a} = 3$. Чему равно значение выражения:
а) $\frac{2b}{a}$; б) $\frac{3a}{b}$; в) $\frac{3a+b}{a-b}$?

Вариант 3

1. Используя характеристическое свойство, запишите:
а) множество A всех натуральных чисел, кратных 17;
б) множество B всех натуральных чисел, которые при делении на 17 дают в остатке 1.
2. Найдите значение выражения $\frac{2x}{5x-2} + \frac{x+5}{3x-1}$ при $x = -\frac{1}{7}$.
3. При каких значениях переменной выражение $\frac{a^2+2a-3}{a-1}$ имеет смысл?
4. При каких значениях переменной выражение $\frac{a^2+2a-3}{|a|+1}$ не имеет смысла?
5. Составьте уравнение для решения задачи.
17 туристов во время ночевки расположились в двухместных и трехместных палатках. Всего было 7 палаток. Сколько было двухместных палаток?
6. Для ряда данных 3; 4; 4; 5; 5 найдите:
а) размах;
б) объем;
в) среднее арифметическое;
г) моду;
д) медиану.

7. Заполните таблицу значений выражения $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ с шагом 1 для всех целых значений переменной, удовлетворяющих условию $|x| \leqslant 3$.

8. Известно, что $\frac{a}{b} = 4$. Чему равно значение выражения:

а) $\frac{2b}{a}$; б) $\frac{3a}{b}$; в) $\frac{3a - b}{a + b}$?

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 4

§ 3. Степень с натуральным показателем

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, называют выражение a^n, равное произведению n множителей, каждый из которых равен a. Степенью числа a с показателем 1 называют выражение a^1, равное a. Степенью числа $a \neq 0$ с нулевым показателем называется выражение a^0, равное 1. Выражение 0^0 *не имеет смысла*!

В выражении a^n число a называют *основанием степени*, число n — *показателем степени*. Вторую степень числа иногда называют *квадратом*, третью степень — *кубом* числа. Нахождение n-ой степени числа a называют *возведением в n-ю степень*.

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Очевидно, при $n \in N$ $0^n = 0$.

Если $a > 0$, $n \in N$ или $n = 0$, то $a^n > 0$.

Если $a < 0$ и $n = 2k$, где $k \in N$ или $k = 0$, то $a^n > 0$.

Если $a < 0$ и $n = 2k + 1$, где $k \in N$ или $k = 0$, то $a^n < 0$.

Если a — произвольное число, m, n — натуральные числа, то $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Если a — произвольное число, m, n — натуральные числа, причем $m > n$, то $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Подготовительный вариант

1. Вычислите:

а) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 + \left(1\frac{1}{8}\right)^2$; б) $-3^4 \quad \frac{1}{54} + \left(-\frac{4}{11}\right)^0$

2. Упростите выражение при всех $n \in N$:
а) $a \quad a^n \cdot a^{n+1}$; б) $x^{n+2} : x^n$.
3. Найдите значение выражения $15 - 0{,}1x^3$, если $x = -5$.
4. Найдите все значения x, при которых верно равенство:
а) $x^4 = 16$; б) $x^3 = -0{,}008$; в) $3{,}8^x = 1$.
5. Найдите множество значений выражения
$(-1)^0 - (-1)^{n-1} \cdot (-1)^{n+1} \quad (-1)^{2n+1}$ при $n \in N$.
6. Заполните таблицу значений выражения

$$(-1)^{m+1} \quad \frac{1}{m-1} + \frac{m}{m+1} \text{ при } m \in Z,\ -1 < m \leqslant 4.$$

7. Пусть $a = 2^4 \quad 3^2 \quad 5^2 \quad 7$, $b = 2^2 \quad 5^3 \quad 7^2$. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a и b.

Вариант 1

1. Вычислите:

$$\text{а) } \left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(1\frac{1}{9}\right)^2; \quad \text{б) } -2^4 \quad \frac{1}{24} + \left(-\frac{2}{7}\right)^0$$

2. Упростите выражение при всех $n \in N$:
а) $a^{n+1} \cdot a \cdot a^{2n-1}$; б) $x^{2n+2} : x^3$.
3. Найдите значение выражения $16 - \frac{1}{2}x^5$ при $x = -2$.
4. При каком значении x верно равенство:
а) $x^2 = 1{,}96$; б) $x^3 = \frac{27}{64}$; в) $7^x = 1$?
5. Найдите множество значений выражения
$(-1)^n \quad (-1)^{n+1} \cdot (-1)^{2n+2} - 1^0$ при $n \in N$.
6. Заполните таблицу значений выражения $(-1)^m \quad (2m - 1) - 1$ при $m \in Z$, $-1 < m \leqslant 4$.
7. Пусть $a = 2^5 \quad 3^6 \quad 7^{11}$, $b = 3^5 \quad 5 \quad 7^{13}$. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a и b.

Вариант 2

1. Вычислите:

$$\text{а) } \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \left(1\frac{1}{4}\right)^2; \quad \text{б) } -2^6 \quad \frac{1}{72} + \left(-\frac{6}{11}\right)^0$$

2. Упростите выражение при всех $n \in N$:
а) $a^{2n+1} \cdot a \cdot a^{n-1}$; б) $x^{3n+2} : x^3$.
3. Найдите значение выражения $1 - \frac{1}{27}x^3$ при $x = -3$.

4. При каком значении x верно равенство:

а) $x^2 = 1{,}44$; б) $x^3 = \dfrac{64}{125}$; в) $5^x = 1$?

5. Найдите множество значений выражения
$(-1)^{n+3} \cdot (-1)^n \cdot (-1)^{2n-1} + (-1)^0$ при $n \in N$.

6. Заполните таблицу значений выражения $(-1)^{m+1} \cdot (2m - 2) + 1$ при $m \in Z$, $-2 < m \leqslant 3$.

7. Пусть $a = 2^7 \ \ 3^4 \ \ 5^{11}$, $b = 2^6 \ \ 5^{13} \ \ 7$. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a и b.

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\left(-\dfrac{1}{4}\right)^3 + \left(1\dfrac{1}{2}\right)^2$; б) $-3^2 \ \ \dfrac{5}{18} + \left(-\dfrac{9}{13}\right)^0$

2. Упростите выражение при всех $n \in N$:
а) $a \cdot a^{3n-1} \cdot a^{n+1}$; б) $x^{2n-1} : x^{n-1}$.

3. Найдите значение выражения $5 - \dfrac{3}{4}x^3$, если $x = -2$.

4. Найдите все значения x, при которых верно равенство:
а) $x^2 = 16$; б) $x^3 = -0{,}027$; в) $1{,}9^x = 1$.

5. Найдите множество значений выражения
$(-1)^0 + (-1)^{2n+2} \ \ (-1)^{n-1} \ \ (-1)^{n+1}$ при $n \in N$.

6. Заполните таблицу значений выражения
$(-1)^{m+1} \ \ \dfrac{1}{m+1} - \dfrac{m}{m-1}$ при $m \in Z$, $-1 < m \leqslant 4$.

7. Пусть $a = 2^2 \ \ 3^3 \ \ 7$, $b = 2^4 \ \ 5 \ \ 7^3$. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a и b.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 5

§ 4. Одночлен и его стандартный вид

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Выражения, представляющие собой произведение чисел, переменных и их степеней, называют *одночленами*.

Одночлен, записанный в виде произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных, записанных в алфавитном порядке, называется *стандарт-*

ным видом одночлена. Числовой множитель в этом случае называется *коэффициентом* одночлена.

Степенью одночлена стандартного вида называют сумму показателей степеней входящих в него переменных.

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Если a и b — произвольные числа, n — натуральное число, то $(ab)^n = a^n \quad b^n$.

Если a — произвольное число, m и n — натуральные числа, то $(a^m)^n = a^{mn}$.

Если a и b — произвольные числа, где $b \neq 0$, n — натуральное число, то $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Тождество — это равенство, верное при любых допустимых значениях входящих в него переменных. Выражения, соответственные значения которых равны при любых допустимых значениях переменных, называются *тождественно равными*. Замена одного выражения другим, тождественно равным ему, называется *тождественным преобразованием*.

Подготовительный вариант

1. Запишите одночлен $-3x^2y \quad 3\frac{2}{3} \quad x^4$ в стандартном виде и укажите его степень.
2. Выполните умножение одночленов:

   а) $\left(\frac{1}{2}ab\right) \quad \left(-1\frac{1}{3}a^3b\right)$; б) $(-a^2b) \quad \left(\frac{3}{7}ab^2\right) \quad \left(-2\frac{1}{3}b\right)$.
3. Возведите одночлен в степень:

   а) $(-a^3)^5$; б) $(2a^{17})^3$; в) $(-5a^4b)^4$.
4. Упростите выражение:

   а) $\left(1\frac{3}{4}x\right)^3 \quad \left(\frac{4}{7}x\right)^3$; б) $(3xy)^3 \quad (-2x^2y^3)^2$.
5. Вычислите:

   а) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \quad \left(\frac{3}{16}\right)^5$; б) $\frac{4^7 \quad 64}{16^4}$; в) $\frac{42^9}{(6^2)^3 \quad 7^9}$.
6. Решите уравнение $\left(\frac{343}{64}\right)^{2x-4} = \left(3\frac{1}{16}\right)^{2x}$
7. Докажите, что значение выражения $7^{41} - 2$ кратно 5.

Вариант 1

1. Запишите одночлен $4xy^2 \quad (-2{,}5x^3y^8)$ в стандартном виде и укажите его степень.
2. Выполните умножение одночленов:

   а) $(2a^3b) \quad (-1{,}5ab^4)$; б) $(-ab^3) \left(-\frac{3}{4}a^2b\right) \left(-1\frac{1}{3}b^7\right)$.
3. Возведите одночлен в степень:

   а) $(-2a^4)^6$; б) $(3a^{22})^3$; в) $(-4a^{14}b)^3$.
4. Упростите выражение:

   а) $(2{,}5x)^7 \quad (0{,}4x)^7$; б) $(2x^ny^3)^4 \quad (-x^3y^n)^3$.
5. Вычислите:

   а) $\left(2\frac{2}{7}\right)^{17} \left(\frac{7}{16}\right)^{17}$ б) $\frac{5^6 \quad 125}{25^4}$.
6. Решите уравнение $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+2} = \left(\frac{16}{81}\right)^{2x-5}$
7. Докажите, что значение выражения $7^{35} + 2$ кратно 5.

Вариант 2

1. Запишите одночлен $5xy^3 \quad (-1{,}2x^2y^7)$ в стандартном виде и укажите его степень.
2. Выполните умножение одночленов:

   а) $(1{,}25a^2b) \quad (-4ab^5)$; б) $(-ab) \left(-\frac{6}{7}a^3b\right) \cdot \left(-1\frac{1}{6}b^4\right)$.
3. Возведите одночлен в степень:

   а) $\left(-\frac{1}{2}a^3\right)^5$; б) $(3a^{19})^4$; в) $(-3a^2b^4)^3$.
4. Упростите выражение:

   а) $\left(3\frac{2}{3}x\right)^5 \left(\frac{3}{11}x\right)^5$; б) $(-x^my^2)^4 \quad (-2x^3y^m)^5$.
5. Вычислите:

   а) $\left(3\frac{2}{7}\right)^9 \left(\frac{7}{23}\right)^9$; б) $\frac{3^5 \quad 81}{9^3}$.
6. Решите уравнение $\left(\frac{25}{16}\right)^{7x+2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x+4}$
7. Докажите, что значение выражения $7^{37} - 2$ кратно 5.

Вариант 3

1. Запишите одночлен $-2xyx^3 \cdot (-2{,}5x^3y^8) \cdot 4xy$ в стандартном виде и укажите его степень.
2. Выполните умножение одночленов:

   а) $(-3ab^2) \cdot (-ab^4)$; б) $(-2a^3) \cdot \left(-\frac{3}{11}a^2\right) \cdot \left(-3\frac{2}{3}a^2b\right)$.
3. Возведите одночлен в степень:

   а) $(-3a^2)^5$; б) $(2a^{41})^5$; в) $(-5a^{44}b)^3$.
4. Упростите выражение:

   а) $(-4{,}5x)^7 \cdot \left(-\frac{2}{9}x\right)^7$; б) $(-2x^ky)^6 \cdot (-x^2y^k)^3$.
5. Вычислите:

   а) $\left(-3\frac{2}{7}\right)^{17} \cdot \left(-\frac{7}{23}\right)^{17}$ б) $\frac{5^{12} \cdot 125}{25^8}$.
6. Решите уравнение $\left(\frac{8}{27}\right)^{x+1} = \left(\frac{16}{81}\right)^{x-1}$
7. Докажите, что значение выражения $7^{69} + 3$ кратно 10.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 6

§ 5. Многочлен и его стандартный вид

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Многочленом называется сумма одночленов. Одночлены, из которых составлен многочлен, называются членами многочлена. Многочлен, составленный из двух одночленов, называется *двучленом* (биномом), из трех одночленов — *трехчленом*. Одночлен считают многочленом, состоящим из одного члена (мономом).

Члены многочлена, имеющие одинаковую буквенную часть, называются *подобными*. Слагаемые, не имеющие буквенной части, также считаются подобными. Замена суммы подобных членов многочлена одночленом называется *приведением подобных членов* или *приведением подобных слагаемых*.

Многочлен, составленный из одночленов стандартного вида, среди которых нет подобных членов, называют *многочленом стандартного вида*.

Степенью многочлена стандартного вида называется наибольшая степень входящих в него одночленов. Степенью произвольного многочлена называют степень тождественно равного ему многочлена стандартного вида.

Если многочлен является числом, отличным от нуля, то степень такого многочлена равна 0. Число нуль называют *нуль-многочленом*. Его степень считается неопределенной.

Среди многочленов выделяют многочлены с одной переменной. Многочлен n-ой степени с одной переменной в стандартном виде записывается так: $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n$, где x — переменная, $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ — произвольные числа, $n \in N$ или $n = 0$. Коэффициент при x^n называют *старшим коэффициентом* (в нашем случае это a_0). Слагаемое, не содержащее переменной x, называют *свободным членом* многочлена (в нашем случае это a_n).

Два многочлена тождественно равны, если в стандартном виде каждого из них содержатся одинаковые одночлены. В частности, многочлены с одной переменной тождественно равны, если коэффициенты при одинаковых степенях переменной равны.

Значение многочлена с переменной x при $x = 0$ равно свободному члену этого многочлена, а при $x = 1$ — сумме его коэффициентов.

Подготовительный вариант

1. Приведите подобные члены многочлена

$$4x^2 + x + 1,2 - 0,3x^2 - 1\frac{2}{3} - 2,1.$$

2. Найдите степень многочлена:

а) $12x^2 - 3x^3 + 4x^4 - x^5 - 5$;

б) $12a^2b - a^2b^2 + a - b^2 - 1$.

3. Запишите многочлен в стандартном виде:

а) $b \cdot ab + a^2b$;

б) $12 + 3c \cdot 8b \cdot c^2 - c \cdot 2a$;

в) $0,5x \cdot (-7y) \cdot 8x^2 + (-0,6x) \cdot 3y^2$.

4. Замените выражение P так, чтобы получившийся после приведения подобных членов многочлен $2y^2 - 5by + b^2 + 7y^2 + 3by - 5b^2 + 9y^2 + 2by + P$ не содержал переменной b.

5. Упростите и найдите значение многочлена $32a^2b^3 - 17ab + 3a^2b + 17ab - 3b(-a)^2$, если $a = -\frac{1}{4}$ и $b = -\frac{1}{2}$.

6. Даны многочлены $A = 2x^2 - 1$, $B = -2x^4 + x^2 + 1$ и $C = x^5 - 3x^3 + 2x - 1$. Составьте из них новые многочлены A_1, B_1 и C_1, подставив вместо переменной x выражение $(-x)$. Выберите из них те, которые после замены переменной не изменили своих значений.
7. Докажите, что число $\overline{aaa}$ кратно 37.

Вариант 1

1. Приведите подобные члены многочлена
$-3x^2 - x + 4 - 2x^2 + 3x - 6$.
2. Найдите степень многочлена:
а) $4x^2 - 5x^7 + 3x^4 - 2x^5 + 1$;
б) $3a^2b + 4a^2b^2 + 4a - 3b^2 + 2$.
3. Запишите многочлен в стандартном виде:
а) $x \cdot yx - x^3y$;
б) $2a \cdot 3c \cdot 11b^2 - b \cdot 3a$;
в) $0{,}4x \cdot (-2y) \cdot 15x^2 + (-0{,}7x) \cdot 8y^2$.
4. Замените выражение P так, чтобы получившийся после приведения подобных членов многочлен $2b^2y - 4y^3 + b^2 + 2 - 5b^2y + y^3 + 7b^2 + 7y^3 + 3b^2y - 4 + P$ не содержал переменной b.
5. Найдите значение многочлена $7abc^2 - 81ab^2c + 7(-a)c^2b + 12abc + 8 - 12c(-a)(-b)$, если $a = -\frac{1}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$ и $c = -\frac{1}{4}$.
6. Даны многочлены $A = -x^6 - 3$, $B = 3x^5 - x^3 - x^2 + 2$ и $C = -2x^{2n+3} - 3x^{2n+1} + x$. Составьте из них новые многочлены A_1, B_1 и C_1, подставив вместо переменной x выражение $(-x)$. Выберите из них те, которые после замены переменной:
а) не изменили своих значений;
б) приняли противоположное значение.
7. Докажите, что число $(\overline{ab} - \overline{ba})$ кратно 9.

Вариант 2

1. Приведите подобные члены многочлена
$-2x^3 - 3x + 5 - 4x^3 + 5x - 6$.
2. Найдите степень многочлена:
а) $6x^2 - 3x^7 + 2x^3 - x^5 + 4$;
б) $4a^2b - 3a^2b^2 + 5a - 14b^2 + 7$.

3. Запишите многочлен в стандартном виде:

а) $y \cdot yx - x^3y$;

б) $3b \cdot 2a \cdot 7c^2 + 7 - b \cdot 5a$;

в) $6x \cdot (-0{,}5y) \cdot 7x^2 + (-0{,}9x) \cdot 7y^2$.

4. Замените выражение P так, чтобы получившийся после приведения подобных членов многочлен $4b^2y - 3y^3 - b^2 + 3 - 6b^2y + y^3 - 2b^2 + 5y^3 + 2b^2y - 5 + P$ не содержал переменной b.

5. Найдите значение многочлена $14a^2bc - 9(-a)^2cb + 13abc + 14a^2(-b)c - 4 - 13abc$, если $a = -\frac{1}{3}$, $b = -3\frac{7}{8}$, $c = -\frac{8}{31}$.

6. Даны многочлены $A = -x^4 + 5$, $B = 7x^7 - x^6 + 3x^5 - 2$ и $C = 3x^{2n+1} - 4x^{2n-1} - x$. Составьте из них новые многочлены A_1, B_1 и C_1, подставив вместо переменной x выражение $(-x)$. Выберите из них те, которые после замены переменной:

а) не изменили своих значений;

б) приняли противоположное значение.

7. Докажите, что число $(\overline{ab} + \overline{ba})$ кратно 11.

Вариант 3

1. Приведите подобные члены многочлена $3x^2 - 2x - 3 - 4x^2 + x - 2x^2$.

2. Найдите степень многочлена:

а) $8x^2 - 3x^7 + 6x^4 + 5x^5 + 10$;

б) $a^2b + 6a^2 - 7b^2 + 14ab + 2$.

3. Запишите многочлен в стандартном виде:

а) $a \cdot ba^2 - 2a^2b^2a$;

б) $(-b^2) \cdot (2a^2) \cdot (-c) + 6 - 2b \cdot (-a)^3$.

4. Замените выражение P одночленом так, чтобы получившийся после приведения подобных членов многочлен $2b^2y + 4y^3 + 2b^2 - 2 - 5yb^2 + y^3 - 7b^2 + 2y^3 + 3b^2y - 4 + P$ не содержал переменной b.

5. Найдите значение многочлена $3a^2cb - 9(-a)^2cb + 13abc - 3a^2(-b)(-c) - 4 - 13abc$, предварительно упростив его, если $a = -\frac{1}{3}$, $b = -3\frac{7}{8}$, $c = -\frac{8}{31}$.

6. Даны многочлены $A = x^4 + x^2 + 1$ и $B = x^3 - x^2 + x - 1$. Составьте из них новые многочлены A_1 и B_1, подставив вместо переменной x выражение $(-x)$. Выберите из них то, которое после замены переменной не изменило своего значения.

7. Докажите, что число $\overline{abaaba}$ кратно 13.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 7

§ 6. Сумма, разность и произведение многочленов

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Сумму, разность, произведение и степень многочленов можно представить в виде многочлена.

Если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки. Если перед скобками стоит знак «минус», то скобки можно опустить, изменив знак каждого слагаемого на противоположный.

Чтобы умножить одночлен на многочлен, надо умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить.

Чтобы умножить многочлен на многочлен, надо каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.

Подготовительный вариант

1. Даны многочлены $A = -2a^2 + 3ab - 7b^2$ и $B = 5a^2 - 3ab + 4b^2$. Найдите:
а) $A + B$; б) $A - B$.

2. Упростите выражение:
а) $(3x^2 - 2xy - y^2) - (4x^2 + 3xy - 7y^2)$;
б) $(3x^2 - 4xy + 3y^2) \cdot (-2x^2)$.

3. Представьте выражение $(8ax^2 + 3ab^2 - b) - (x^2 - ax^2 - b) - x + 1$ в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную x, а другой — не содержит.

4. Представьте многочлен $3x - 3y + x^3 - y^2$ в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами.

5. Вместо знака * запишите такой одночлен, чтобы:
а) многочлен $2x^2 + * + 5x^4 - 2x + 3 - x^3$ был многочленом 5-й степени, сумма коэффициентов которого равна 4;
б) выполнялось равенство $(x - p) \cdot * = 2x^2p^2 - 2xp^3$.

6. Найдите значение выражения:
а) $2(a + b) - b(2a - b) - b(b - 1)$ при $a = -0{,}3$, $b = -0{,}4$;
б) $3u(u^2 - 3u - 7) - 2u(u^2 + 2u - 4) - u(u^2 - 13u + 5)$ при $u = -\dfrac{2}{3}$.

7. Упростите выражение $5x - (2 - (x + 1)) + (x - (5 - x))$ и найдите, при каком значении переменной x его значение равно нулю.

8. Сравните числа $\frac{2005}{2006} - 1$ и $1 - \frac{2006}{2005}$. Укажите какое-нибудь число (если оно существует), заключенное между этими числами.

Вариант 1

1. Даны многочлены $A = a^2 + ab - 4b^2$ и $B = -2a^2 - 2ab + b^2$. Найдите:
а) $A + B$; б) $A - B$.
2. Упростите выражение:
а) $-3b \cdot (2a - b)$; б) $(-x^2 - 3xy + y^2) \cdot (-4x^2)$.
3. Представьте выражение $(a^2 + 2ab - bx^2) - (x^3 - ax^2 - b^2) - bx^2 + x^3$ в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную x, а другой — не содержит.
4. Представьте многочлен $x + 2y - 3x^2 - 4y^2$ в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами.
5. Вместо знака * запишите такой одночлен, чтобы многочлен, тождественно равный выражению $2x \cdot (2x^2 + * - 3x) - 3 \cdot (-2x^3 + x + 1)$, был многочленом 5-й степени, сумма коэффициентов которого равна 8.
6. Упростите выражение и найдите его значение:
а) $3(5a - 2b) - 5(3a - 4b)$ при $a = -217$, $b = -2$;
б) $4a(3a^2 - ab^2 - b^3) - 6a\left(2a^2 + ab^2 - \frac{2}{3}b^3\right)$ при $a = -\frac{12}{17}$, $b = 1\frac{5}{12}$.
7. Упростите выражение $x - (2 + (x - 1)) + (x - (5 + 2x))$ и найдите, при каком значении переменной x его значение равно нулю.
8. Сравните числа $\frac{2003}{2004} - 1$ и $1 - \frac{2004}{2003}$. Укажите какое-нибудь число (если оно существует), заключенное между этими числами.

Вариант 2

1. Даны многочлены $A = 3a^2 - ab - b^2$ и $B = a^2 + 3ab - 2b^2$. Найдите:
а) $A + B$; б) $A - B$.
2. Упростите выражение:
а) $-2a \cdot (4a - b)$; б) $(4x^2 + xy - 3y^2) \cdot (-3y^2)$.

3. Представьте выражение $(ax^2 - 2a^2 + bx^2) - (x^2 - a^2 - 2b^2) - bx^2 - x^2$ в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную x, а другой — не содержит.
4. Представьте многочлен $2x^2 - 2y - 3x + 3y^2$ в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами.
5. Вместо знака * запишите такой одночлен, чтобы многочлен, тождественно равный выражению $3x \cdot (x^2 + * - 2x) - 2 \cdot (3x^3 - 2x + 3)$, был многочленом 4-й степени, сумма коэффициентов которого равна 4.
6. Упростите выражение и найдите его значение:
   а) $4(2a - 5b) - 5(3a - 4b)$ при $a = -3$, $b = -303$;
   б) $5y(4x^2 - xy + y) - 2y\left(10x^2 + xy + 2\frac{1}{2}y\right)$ при $x = -\frac{2}{5}$, $y = -0{,}5$.
7. Упростите выражение $3x - (1 - (2 - x)) + (x - (1 - 2x))$ и найдите, при каком значении переменной x его значение равно нулю.
8. Сравните числа $\frac{2004}{2005} - 1$ и $1 - \frac{2005}{2004}$. Укажите какое-нибудь число (если оно существует), заключенное между этими числами.

Вариант 3

1. Даны многочлены $A = -2a^2 + 3ab - 4b^2$ и $B = 3a^2 - 4ab + 5b^2$. Найдите:
   а) $A + B$; б) $A - B$.
2. Упростите выражение:
   а) $-5b^2 \cdot (2a^2 - b)$; б) $(3x^2 - xy - 2y^2) \cdot (-4x^2)$.
3. Представьте выражение $(ax^2 - 2ab - bx^2) - (x^3 - ax^2 - b^2) + bx^2 + x^3 + 2x$ в виде суммы двух многочленов, один из которых содержит переменную x, а другой — не содержит.
4. Представьте многочлен $-x^3 + 2xy - 3xy^2 + y^2$ в виде разности двух многочленов с положительными коэффициентами.
5. Вместо знака * запишите такой одночлен, чтобы многочлен, тождественно равный выражению $2x \cdot (2x^2 + * - 3x) - 3 \cdot (3x^3 - 2x + 1)$, был многочленом 4-й степени, сумма коэффициентов которого равна нулю.
6. Упростите выражение и найдите его значение:
   а) $3(5x - 4y) - 4(x - 3y)$ при $x = -27$, $y = 2$;
   б) $4a(3a^2 - ab^2 - b^3) - 6a\left(2a^2 + ab^2 - \frac{2}{3}b^3\right)$ при $a = -\frac{12}{17}$, $b = 1\frac{5}{12}$.

7. Упростите выражение $2x - (2 - (x + 3)) - (2 + (x - (5 - 6x)))$ и найдите, при каком значении переменной x его значение равно нулю.

8. Сравните числа $\frac{1995}{1996} - 1$ и $1 - \frac{1996}{1995}$. Укажите какое-нибудь число (если оно существует), заключенное между этими числами.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 8

§ 6. Сумма, разность и произведение многочленов

Подготовительный вариант

1. Представьте в виде суммы одночленов произведение многочленов:
   а) $(x - 2)(x + 3)$;
   б) $(2x^2 - y^2)(3y^2 - x^2)$;
   в) $(b - 1)(b^2 + b - 2)$.
2. Упростите:
   а) $(7x + 1)(x - 5) + (3x - 2)(2x + 7)$;
   б) $(2a + 3x)(5a - x) - (a + x)(10a - 3x)$.
3. Одно из двух натуральных чисел при делении на 13 дает остаток 7, а другое — остаток 2. Какой остаток получится при делении произведения этих чисел на 13?
4. Упростите выражение $4a^3 - (1 + 2a)(2a^2 - a)$ и найдите его значение при $a = \frac{1}{9}$.
5. При каком значении переменной p многочлен, тождественно равный произведению $(x - p)(x^3 + x^2 - x - 1)$:
   а) имеет коэффициент при x^3, равный -1;
   б) имеет коэффициент при x^2, равный нулю?
6. Упростите выражение $(a^2 + b^2 + ab + 1)(a^2 + b^2 - ab + 1) - (a^2 + b^2 + 1)^2$, выполнив удобную замену переменных.
7. Докажите, что выражение $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)$ тождественно равно выражению $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$.

Вариант 1

1. Представьте в виде суммы одночленов произведение многочленов:
   а) $(x - 1)(x + 4)$;
   б) $(x^2 - 2y^2)(y^2 - 3x^2)$;
   в) $(b - 1)(b^2 + b - 3)$.

2. Упростите:

а) $(2x + 3)(x - 3) + (4x + 1)(5 - x)$;

б) $(3a - 2x)(4a + x) - (2a + x)(6a - 2x)$.

3. Одно из двух натуральных чисел при делении на 5 дает остаток 2, а другое — остаток 3. Какой остаток получится при делении произведения этих чисел на 5?

4. Упростите выражение $9a^3 - (1 + 3a)(3a^2 - a)$ и найдите его значение при $a = -17{,}3$.

5. При каком значении переменной p многочлен, тождественно равный произведению $(x + p)(x^3 + x^2 - x + 1)$:

а) имеет коэффициент при x^2, равный 2;

б) имеет коэффициент при x^3, равный нулю?

6. Упростите выражение $(a^2 + b^2 + 1)(a^2 + b^2 - 1) - (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$, выполнив удобную замену переменных.

7. Представьте степень $(a - b)^3$ в виде произведения и упростите.

Вариант 2

1. Представьте в виде суммы одночленов произведение многочленов:

а) $(x - 3)(x + 1)$;

б) $(2x^2 + 3y^2)(y^2 - 3x^2)$;

в) $(b + 1)(b^2 - b + 3)$.

2. Упростите:

а) $(3x + 1)(x - 4) + (2x - 7)(x + 2)$;

б) $(4a - 2x)(3a + x) - (6a - x)(2a + 2x)$.

3. Одно из двух натуральных чисел при делении на 7 дает остаток 5, а другое — остаток 3. Какой остаток получится при делении произведения этих чисел на 7?

4. Упростите выражение $25a^3 - (1 + 5a)(5a^2 - a)$ и найдите его значение при $a = -11{,}4$.

5. При каком значении переменной p многочлен, тождественно равный произведению $(x - p)(x^3 - x^2 - x + 1)$:

а) имеет коэффициент при x^3, равный 3;

б) имеет коэффициент при x, равный нулю?

6. Упростите выражение $(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) - (a^2 + b^2 + 1)(a^2 + b^2 - 1)$, выполнив удобную замену переменных.

7. Представьте степень $(a + b)^3$ в виде произведения и упростите.

Вариант 3

1. Представьте в виде суммы одночленов произведение многочленов:

а) $(x - 3)(x + 5)$;

б) $(3x^2 - 2y^2)(4y^2 + 3x^2)$;

в) $(b^2 - 1)(b^4 + b^2 - 1)$.

2. Упростите:

а) $(3x - 2)(2x - 3) + (4x - 2)(5 - 2x)$;

б) $(a - 3x)(6a + 5x) - (2a - 5x)(3a + 3x)$.

3. Одно из двух натуральных чисел при делении на 17 дает остаток 15, а другое — остаток 13. Какой остаток получится при делении произведения этих чисел на 17?

4. Упростите выражение $2a(2ab^2 - 1) - (2ab - 1)(2ab + 1)$ и найдите его значение при $a = -32{,}5$, $b = 23{,}6$.

5. При каком значении переменной p многочлен, тождественно равный произведению $(x + p)(x^3 - x^2 - x - 1)$:

а) имеет коэффициент при x^2, равный 2;

б) имеет сумму коэффициентов, равную нулю?

6. Упростите выражение $(a^2 - b^2 + ab - 2)(a^2 - b^2 - ab - 2) - (a^2 - b^2 - 2)^2$, выполнив удобную замену переменных.

7. Докажите, что выражение $(b - 2)(b - 3)(b^2 + 5b + 6)$ тождественно равно выражению $(b + 2)(b + 3)(b^2 - 5b + 6)$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 9

§ 7. Уравнение с одной переменной

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Равенство, содержащее переменную, называется *уравнением с одной переменой* или *уравнением с одним неизвестным.*

Корнем уравнения (*решением уравнения*) называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство. Решить уравнение — значит найти множество его корней.

Областью определения уравнения с одной переменной (*областью допустимых значений* переменной, входящей в уравнение) называется множество значений переменной, при которых обе части уравнения имеют смысл.

Уравнения называются *равносильными*, если множества их корней совпадают. Уравнения, не имеющие корней, являются равносильными. Иногда при переходе от одного уравнения к другому, ему равносильному, используется знак $\Leftrightarrow$.

Из данного уравнения получается равносильное ему уравнение, если:

1) перенести слагаемое из одной части уравнения в другую, изменив его знак;

2) обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число;

3) в какой-либо части или в обеих частях уравнения выполнить тождественное преобразование, не меняющее области определения уравнения.

Уравнение вида $ax = b$, где x — переменная, a и b — некоторые числа, называется *линейным уравнением с одной переменной*. Множество корней линейного уравнения может состоять из одного элемента (при $a \neq 0$), быть пустым множеством (при $a = 0$ и $b \neq 0$), быть бесконечным множеством (при $a = 0$ и $b = 0$).

Подготовительный вариант

1. Является ли данное число a корнем уравнения:
   а) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$, $a = 1$;
   б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, $a = -0{,}5$?
2. Даны уравнения: $7 - 4x = x - 1$ (А), $3(4x - 7) = 3(1 - x)$ (Б), $\frac{4x - 7}{3} = \frac{1 - x}{3}$ (В), $4x - x = 1 - 7$ (Г). Укажите те, которые равносильны уравнению $4x - 7 = 1 - x$. Ответ объясните.
3. Решите уравнение:
   а) $-3x = 5$; б) $0{,}4y = -0{,}7$; в) $0z = -3$; г) $0t = 0$.
4. Найдите все целые значения параметра a, при которых уравнение $ax = -6$ имеет целый корень.
5. Найдите множество корней уравнения:
   а) $|4x| = 1{,}2$; в) $|4{,}08x| = 0$;
   б) $|-0{,}04y| = 2{,}8$; г) $|0{,}01y| = -0{,}1$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $ax = a^2 - 4a$:
   а) имеет единственный корень;
   б) не имеет корней;
   в) имеет бесконечное множество корней?
7. Решите уравнение $-2mn = x$ ($m \neq 0$ и $n \neq 0$) относительно переменной:
   а) m; б) n.
8. Дано уравнение $x^4 - 2x^3 - 3x + 4 = 0$. Проверьте, являются ли его корнями числа:
   а) 1; б) −1; в) 2; г) −2; д) 4; е) −4.

Вариант 1

1. Из множества $\{1; -1; 2; 3\}$ выделите подмножество, состоящее из корней уравнения $x^2 - 3 = 2x$.

2. Даны уравнения: $2 - x = 2x - 3$ (А), $15 \cdot (x - 2) = 15 \cdot (3 - 2x)$ (Б), $\frac{x-2}{15} = \frac{3-2x}{15}$ (В), $x - 2x = 3 - 2$ (Г). Укажите те, которые равносильны уравнению $x - 2x = 3 - 2x$. Ответ объясните.
3. Решите уравнение:
а) $-4x = 3$; б) $0{,}3y = -0{,}8$; в) $0y = -1$; г) $0x = 0$.
4. Найдите все целые значения параметра b, при которых уравнение $bx = -26$ имеет целый корень.
5. Найдите множество корней уравнения:
а) $|3x| = 1{,}2$; в) $|3{,}08x| = 0$;
б) $|-0{,}03y| = 2{,}4$; г) $|0{,}04y| = -0{,}1$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $ax = a^2 + a$:
а) имеет единственный корень;
б) не имеет корней;
в) имеет бесконечное множество корней?
7. Решите уравнение $-3mx = p$ ($m \neq 0$ и $x \neq 0$) относительно переменной:
а) m; б) x.
8. Дано уравнение $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0$. Проверьте, являются ли его корнями делители свободного члена уравнения.

Вариант 2

1. Из множества $\{1; -1; -2; 3\}$ выделите подмножество, состоящее из корней уравнения $x^2 - 6 = x$.
2. Даны уравнения: $5 - 2x = x - 3$ (А), $17 \cdot (2x - 5) = 17 \cdot (3 - x)$ (Б), $\frac{2x-5}{17} = \frac{3-x}{17}$ (В), $2x - x = 3 - 5$ (Г). Укажите те, которые равносильны уравнению $2x - 5 = 3 - x$. Ответ объясните.
3. Решите уравнение:
а) $-7x = 4$; б) $0{,}6y = -0{,}2$; в) $0y = -2$; г) $0x = 0$.
4. Найдите все целые значения параметра b, при которых уравнение $bx = 22$ имеет целый корень.
5. Найдите множество корней уравнения:
а) $|6x| = 1{,}2$; в) $|6{,}07x| = 0$;
б) $|-0{,}06y| = 1{,}8$; г) $|0{,}5y| = -1{,}2$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $ax = a^2 + 2a$:
а) имеет единственный корень;
б) не имеет корней;
в) имеет бесконечное множество корней?

7. Решите уравнение $-2ny = a$ ($y \neq 0$ и $n \neq 0$) относительно переменной:

а) y; б) n.

8. Дано уравнение $x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6 = 0$. Проверьте, являются ли его корнями делители свободного члена уравнения.

Вариант 3

1. Из множества $\{0; 1; -3; -5\}$ выделите подмножество, состоящее из корней уравнения $x^2 + 4x = 5$.
2. Даны уравнения: $5x - 3 = 4 - 2x$ (А), $4 - 5x = 2x - 3$ (Б), $2{,}5x - 2 = 1{,}5 - x$ (В), $5x - 2x = 3 - 4$ (Г). Не решая уравнений, укажите те из них, которые равносильны уравнению $5x - 4 = 3 - 2x$. Ответ объясните.
3. Решите уравнение:

а) $117x = 17$; б) $0{,}12y = -2{,}4$; в) $0y = 2{,}4$; г) $0x = 0$.

4. Найдите множество B, состоящее из всех значений параметра b, при которых уравнение $bx = -46$ имеет натуральный корень.
5. Найдите множество корней уравнения:

а) $|0{,}27x| = 81$; в) $|-2{,}25x| = 0$;

б) $|-0{,}1y| = 0{,}02$; г) $|-0{,}7y| = -1{,}4$.

6. Решите уравнение $kxy = p$ ($k \neq 0$, $x \neq 0$, $y \neq 0$) относительно переменной:

а) x; б) y.

7. Сколько корней имеет уравнение $ax = 2 + a$ в зависимости от значений параметра a?
8. Дано уравнение $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$. Проверьте, являются ли его корнями делители свободного члена уравнения.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 10

§ 8. Решение уравнений и задач

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Некоторые виды уравнений сводятся либо к линейному уравнению, либо к совокупности линейных уравнений. Решением совокупности нескольких уравнений является объединение всех корней всех входящих в совокупность уравнений.

К решению линейного уравнения $ax + b = cx + d$, где a, b, c, d — некоторые числа, x — переменная, сводится решение уравнения вида $n^{ax+b} = n^{cx+d}$, где n — положительное число.

Уравнение вида $|x - a| = b$ при $b < 0$ не имеет решений, при $b = 0$ сводится к уравнению $x - a = 0$, при $b > 0$ — к совокупности двух уравнений $x - a = b$ и $x - a = -b$.

В некоторых случаях при решении уравнений для удобства применяют замену переменной. При этом, решив уравнение с новой переменной, нужно не забыть вернуться к прежней переменной.

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{5}x + 2 = 15$;   в) $15 - (3x - 1) = 40$;

б) $\frac{x - 4}{5} - 2 = \frac{3x}{5}$;   г) $7x - (x + 3) = 3(2x - 1)$.

2. При каком значении переменной y значение выражения $8y + 3$ в три раза больше значения выражения $5y - 6$?

3. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 5}{8} - \frac{1 - x}{2}$;

б) $5x(12x - 7) - 4x(15x - 11) = 30 + 29x$.

4. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $bx^2 - 2(b + 1)x - 4b = 7 - 2b$ имеет корень:

а) 0;   б) -1.

5. Какой корень уравнения $|x| - \frac{|x| + 1}{7} = \frac{9 + |x|}{14}$ является корнем уравнения $4x^3 - 3x + 5 = 4$?

6. Найдите значение параметра a, при котором уравнения $2 - 3x = a + 1$ и $2x - 1 = 2a + 1$ имеют общий корень.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{4}x + 3 = 15$;   б) $\frac{x + 1}{2} - 2 = \frac{3x}{5}$;   в) $12 - (4x - 3) = 30$.

2. При каком значении переменной y значение выражения $7y - 2$ в два раза больше значения выражения $5y - 4$?

3. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{2x + 3}{2} = \frac{x + 2}{3} - \frac{1 - x}{4}$;

б) $4x(3x + 5) - 3x(4x - 1) = 12 + 26x$.

4. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $bx^2 + 2(b - 1)x - 3b = 3 - b$ имеет корень:

а) 0; б) -1.

5. Какой из корней уравнения $7(|x| + 3) - 4|x| = 24$ является корнем уравнения $x^3 + 3x^2 - 2x = 2$?

6. Найдите значение параметра a, при котором уравнения $5x - 1 = 2a - 2$ и $3x + 2 = a + 5$ имеют общий корень.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{3}x + 6 = 1$; б) $\frac{x - 5}{2} - 1 = \frac{6x}{7}$; в) $16 - (2x + 5) = 30$.

2. При каком значении переменной y значение выражения $5y + 1$ в три раза меньше значения выражения $7y + 11$?

3. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{1 - 2x}{3} - \frac{x + 3}{4} = \frac{2 - 4x}{5}$;

б) $13x(6x - 1) - 6x(13x - 9) = -13 - 24x$.

4. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $bx^2 + 3(b + 2)x - 5b = 1 - b$ имеет корень:

а) 0; б) -1.

5. Какой из корней уравнения $5(|x| + 3) - 2|x| = 18$ является корнем уравнения $x^3 - x^2 + 3x = 3$?

6. Найдите значение параметра a, при котором уравнения $2x + 1 = a + 5$ и $3x - 7 = 2a - 2$ имеют общий корень.

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7}x + 4 = 2$; б) $\frac{2x - 1}{3} - 1 = \frac{x - 1}{2}$; в) $5 - (2x + 3) = 17$.

2. При каком значении переменной y значение выражения $4 - 2y$ в два раза меньше значения выражения $5y + 1$?

3. Решите уравнение:

а) $\frac{1 - x}{3} - \frac{2x + 3}{4} = \frac{4 - 3x}{5}$;

б) $4x(3x + 2) - 3x(4x - 5) = 3x - 8$.

4. Найдите все значения параметра, при которых уравнение $bx^2 - (2b - 1)x - b = 2 + b$ имеет корень:

а) 0; б) -1.

5. Какой из корней уравнения $3(|x| + 3) - 2|x| = 11$ является корнем уравнения $x^3 + 3x^2 + x = 2$?
6. Найдите значение параметра a, при котором уравнения $4x + 3 = 2a - 1$ и $3x + 7 = a + 2$ имеют общий корень.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 11

§ 8. Решение уравнений и задач

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

При решении задач с помощью уравнений поступают следующим образом:

обозначают неизвестную величину буквой и, используя условие задачи, составляют уравнение;

решают уравнение;

истолковывают результат в соответствии со смыслом задачи и записывают ответ.

Подготовительный вариант

1. Учащимся необходимо раздать тетради. Если каждому учащемуся давать по 4 тетради, то останется 12 тетрадей, а если раздавать по 5, то тетрадей не хватит 7 учащимся. Сколько было тетрадей?
2. От пристани в город отправилась лодка со скоростью 12 км/ч, а через полчаса после нее в том же направлении вышел пароход со скоростью 20 км/ч. Каково расстояние от пристани до города, если пароход пришел туда на 1,5 ч раньше лодки?
3. Ширину прямоугольника увеличили на 3 см и получили квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 24 см^2. Найдите периметр прямоугольника.
4. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 38.

Вариант 1

1. Три бригады слесарей изготовили 1085 деталей. Сколько деталей изготовила каждая бригада отдельно, если известно, что вторая бригада изготовила деталей в 2 раза больше, чем первая, а третья — на 70 деталей меньше, чем вторая?

2. Расстояние между двумя пристанями теплоход проходит за 2 ч 30 мин. Если скорость теплохода уменьшить на 6 км/ч, то на это же расстояние теплоход затратит 3 ч 15 мин. Найдите скорость теплохода.
3. Длину прямоугольника уменьшили на 4 см и получили квадрат, площадь которого меньше площади прямоугольника на 12 см^2. Найдите площадь прямоугольника.
4. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 14.

Вариант 2

1. Площадь трех участков равна 833 га. Площадь второго участка составляет 0,4 площади первого участка, а площадь третьего участка на 17 га больше площади первого. Какова площадь каждого участка?
2. Теплоход прошел расстояние между пунктами A и B по течению за 4 ч 30 мин, а из B в A против течения он прошел за 6 ч 18 мин. Какова собственная скорость теплохода (в стоячей воде), если скорость течения реки равна 2,4 км/ч?
3. Ширину прямоугольника увеличили на 5 см и получили квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 40 см^2. Найдите площадь прямоугольника.
4. Найдите три последовательных натуральных числа, если квадрат наименьшего из них на 20 меньше произведения двух других чисел.

Вариант 3

1. В ведре несколько литров воды. Если половину воды отлить, то ее останется на 7 л меньше, чем может поместиться в ведре. Если же добавить 2 л, то количество воды составит $\frac{2}{3}$ вместимости ведра. Сколько литров воды было в ведре?
2. Длина окружности переднего колеса кареты равна 3 м, а заднего 4,5 м. Какое расстояние проехала карета, если переднее колесо сделало на 20 оборотов больше заднего?
3. Ширину прямоугольника увеличили на 2 см и получили квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 32 см^2. Найдите периметр прямоугольника.
4. Найдите три последовательных натуральных числа, если квадрат большего из них на 16 больше произведения двух других чисел.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 12

§ 9. Способы разложения многочлена на множители

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Представление многочлена в виде произведения двух или нескольких многочленов называют *разложением многочлена на множители*. Если один из многочленов разложения — одночлен, то такое разложение многочлена на множители называют *вынесением общего множителя за скобки*. При этом используется распределительный закон умножения $ab + ac = a(b + c)$.

Подготовительный вариант

1. Вынесите за скобку общий множитель:
   а) $6x^3 + 8x^2 - 12$; в) $x^{3n+1} + 3x^n - 2x^{2n+1}$, где $n \in N$.
   б) $6x^3 + 8x^2 - 13x$;
2. Разложите на множители выражение:
   а) $2m(a - b) - 3n(b - a)$;
   б) $10ab - 3ac + 2a^2 - 15bc$;
   в) $x^{k+1} + x^k - x - 1$, где $k \in N$.
3. Найдите значение выражения $a^2 - ab - 2a + 2b$ при $a = 2{,}5$, $b = -1{,}3$.
4. Известно, что при некотором значении переменной a значение выражения $a^2 - 3a + 1$ равно 7. Найдите, чему равно при этом же значении a значение выражения:
   а) $2a^2 - 6a + 2$;
   б) $a^2(a^2 - 3a + 1) - 3a(a^2 - 3a + 1)$;
   в) $7a^2 - 21a + 8$.
5. Найдите значение многочлена M при $x = -2$, если $M \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2 + x - 2$.
6. Разложите на множители выражение:
   а) $(x + y)x - x(1 + a) + a(1 - y)$; б) $(x - 1)(x - 3) + 3x - 5$.
7. Найдите корень уравнения $ax + 2 = a^2 + a + x$ (a — параметр) при $a = 1$, $a = -2$ и $a = 0$. Запишите формулу зависимости корней уравнения от параметра a, если $a \neq 1$ и $a \neq -2$.

Вариант 1

1. Вынесите за скобку общий множитель:
   а) $4x^3 - 6x^2 + 8$; в) $2x^{n+1} + 3x^n - 5x^{2n}$, где $n \in N$.
   б) $4x^3 - 6x^2 + 9x$;

2. Разложите на множители выражение:

а) $5a(a-2)-3(2-a)$;

б) $6ab-3ac+2b^2-bc$;

в) $x^{k+1}+2x^k-x-2$, где $k \in N$.

3. Найдите значение выражения $2ab-2a^2-3b+3a$ при $a=2{,}5$, $b=1{,}3$.

4. Известно, что при некотором значении переменной a значение выражения a^2+2a-4 равно 9. Найдите, чему равно при этом же значении a значение выражения:

а) $2a^2+4a-8$;

б) $a^2(a^2+2a-4)+2a(a^2+2a-4)$;

в) $4a^2+8a-15$.

5. Найдите многочлен M и вычислите его значение при $x=-1$, если $M \cdot (x+2)=x^3+2x^2+2x+4$.

6. Разложите на множители выражение:

а) $(x+2y)x-x(1+a)+a(1-2y)$;

б) $(x-3)(x+2)+2(2x+1)$.

7. Сколько корней имеет уравнение $ax+x=a^2+a$ при различных значениях параметра a?

Вариант 2

1. Вынесите за скобку общий множитель:

а) $6x^3+9x^2-12$;

б) $6x^3+9x^2-13x$;

в) $3x^{n+1}+2x^n-4x^{2n}$, где $n \in N$, $n>1$.

2. Разложите на множители выражение:

а) $3x(x-1)-2(1-x)$;

б) $4ab-8ac+b^2-2bc$;

в) $x^{k+1}-3x^k-x+3$, где $k \in N$.

3. Найдите значение выражения $2b-2a+3a^2-3ab$ при $a=1{,}2$, $b=1{,}7$.

4. Известно, что при некотором значении переменной a значение выражения a^2-2a+3 равно 8. Найдите, чему равно при этом же значении a значение выражения:

а) $3a^2-6a+9$;

б) $a^2(a^2-2a+3)-2a(a^2-2a+3)$;

в) $6a^2-12a+19$.

5. Найдите многочлен M и вычислите его значение при $x=-1$, если $M \cdot (x-1)=x^3-x^2+2x-2$.

6. Разложите на множители выражение:

а) $(a-b)a+a(2-x)-x(2-b)$;

б) $(x-2)(x+3)+2(x+1)$.

7. Сколько корней имеет уравнение $ax - 2x = a^2 - 2a$ при различных значениях параметра a?

Вариант 3

1. Вынесите за скобку общий множитель:
а) $15xy - 10$; б) $15xy - 10x^2$; в) $x^{k-1} - 2x^k$, где $k \in N$.
2. Разложите на множители выражение:
а) $m(a - 2b) - 3n(2b - a)$;
б) $5mx^2 + 10my^2 - 6y^2 - 3x^2$;
в) $x^{k-1} + 3x^k - 1 - 3x$, где $k \in N$.
3. Найдите значение выражения $20 + 4b - 5a - ab$ при $a = 3{,}5$, $b = -6{,}2$.
4. Известно, что при некотором значении переменной a значение выражения $a^2 - 7a - 5$ равно 2. Найдите, чему равно при этом же значении a значение выражения:
а) $2a^2 - 14a - 10$;
б) $a^2(a^2 - 7a - 5) - 7a(a^2 - 7a - 5)$;
в) $14a - 2a^2 + 5$.
5. Найдите значение многочлена M при $x = -3$, если $M \cdot (x + 1) = 2x^3 + 2x^2 + x + 1$.
6. Разложите на множители выражение:
а) $(a + 2b)x - 2(x - a) + 4(b - 1)$; б) $(x - 2)(x - 3) - x - 1$.
7. Найдите корень уравнения $ax + x = a^2 - a - 2$ (a — параметр) при $a = -1$, $a = 2$ и $a = 0$. Запишите формулу зависимости корней уравнения от параметра a, если $a \neq -1$ и $a \neq 2$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 13

§ 10. Применение разложения многочлена на множители

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Произведение нескольких множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из них равен нулю, а все другие при этом не теряют смысл. Если левую часть уравнения $f(x) = 0$ можно разложить на множители $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$, где $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — многочлены, то данное уравнение равносильно совокупности уравнений $f_1(x) = 0$ и $f_2(x) = 0$.

Подготовительный вариант

1. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(2 - 2x)(x - 4) = 0$;
   б) $5x(x + 1)(3x - 2) = 0$;
   в) $(3 + x)^2 \cdot (3 + x^2) \cdot (3^2 + x) = 0$.
2. Найдите значение выражения:
   а) $1\frac{4}{7} \cdot 2\frac{13}{19} + 1\frac{4}{7} \cdot 1\frac{6}{19}$;
   б) $\dfrac{8{,}7 \cdot 5{,}3 - 8{,}7 \cdot 2{,}3 - 2{,}4 \cdot 5{,}3 + 2{,}4 \cdot 2{,}3}{9{,}4 \cdot 2{,}7 - 3{,}1 \cdot 3{,}3 + 9{,}4 \cdot 3{,}3 - 2{,}7 \cdot 3{,}1}$.
3. Докажите, что выражение:
   а) $8^7 - 4^{11} + 64^4$ кратно 28;
   б) $3^{n+2} + 4 \cdot 3^n - 9 \cdot 2^n - 2^{n+2}$, $n \in N$, кратно 13.
4. Решите уравнение:
   а) $3{,}5x - 7x^2 = 0$;
   б) $x \cdot |x| - 3 \cdot |x| + 12 = 4x$;
   в) $x \cdot 2^{2x+1} - 4x - 2 \cdot 4^x + 4 = 0$.
5. При каких значениях переменной выражение:
   а) $\dfrac{4}{x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x}$ не имеет смысла;
   б) $\dfrac{x^2 + 3}{(2x - 3)^2 - x + 1{,}5}$ имеет смысл?
6. Найдите общие корни уравнений $x^2 - 3x - 10 = 0$ и $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)^2$, если они существуют.
7. Найдите модуль разности корней уравнения $|5 - 2x| = |3x + 1|$.

Вариант 1

1. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(2 - x)(x + 4) = 0$;
   б) $-2x(2x - 1)(3x + 2) = 0$.
2. Найдите значение выражения:
   а) $3\frac{4}{17} \cdot 2\frac{13}{19} - 3\frac{4}{17} \cdot 1\frac{13}{19}$;
   б) $\dfrac{6{,}1 \cdot 3{,}9 - 6{,}1 \cdot 1{,}9 - 0{,}4 \cdot 3{,}9 + 0{,}4 \cdot 1{,}9}{8{,}9 \cdot 1{,}7 - 3{,}2 \cdot 2{,}3 + 8{,}9 \cdot 2{,}3 - 3{,}2 \cdot 1{,}7}$.
3. Докажите, что выражение:
   а) $8^8 + 2^{19}$ кратно 33;
   б) $3^{n+1} + 3^{n+2} - 3^n$, $n \in N$, кратно 33.

4. Решите уравнение:

а) $3x - 6x^2 = 0$;

б) $x \cdot |x| - 3 \cdot |x| + 6 - 2x = 0$;

в) $x \cdot 3^x + 5 \cdot 3^x - 3x - 15 = 0$.

5. При каких значениях переменной выражение:

а) $\dfrac{4}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$ не имеет смысла;

б) $\dfrac{x^2 + 3}{(2x - 1)^2 - 4x + 2}$ имеет смысл?

6. Найдите общие корни уравнений $x^2 - 2x - 3 = 0$ и $(x + 1)^2 = x^2 - x - 2$, если они существуют.

7. Найдите модуль разности корней уравнения $|2x - 3| = |x + 1|$.

Вариант 2

1. Найдите множество корней уравнения:

а) $(3 - x)(x + 5) = 0$;

б) $-3x(3x - 1)(2x + 1) = 0$.

2. Найдите значение выражения:

а) $4\frac{11}{15} \cdot 2\frac{5}{13} - 2\frac{11}{15} \cdot 2\frac{5}{13}$;

б) $\dfrac{5,3 \cdot 6,7 - 5,3 \cdot 1,6 - 1,3 \cdot 6,7 + 1,3 \cdot 1,6}{0,7 \cdot 8,2 - 0,7 \cdot 3,1 + 1,3 \cdot 8,2 - 1,3 \cdot 3,1}$.

3. Докажите, что выражение:

а) $8^6 + 2^{22}$ кратно 17; б) $3^n - 3^{n+1} + 3^{n+2}$, $n \in N$, кратно 21.

4. Решите уравнение:

а) $2x - 6x^2 = 0$;

б) $x \cdot |x| + 2 \cdot |x| - 6 - 3x = 0$;

в) $x \cdot 5^x + 3 \cdot 5^x - 5x - 15 = 0$.

5. При каких значениях переменной выражение:

а) $\dfrac{3}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$ не имеет смысла;

б) $\dfrac{x^2 + 4}{(2x + 1)^2 - 6x - 3}$ имеет смысл?

6. Найдите общие корни уравнений $x^2 + 2x - 3 = 0$ и $(x - 1)^2 = x^2 - 5x + 4$, если они существуют.

7. Найдите модуль разности корней уравнения $|2x + 3| = |1 - x|$.

Вариант 3

1. Найдите множество корней уравнения:

а) $(3 - 2x)(2x + 7) = 0$;

б) $5x(5x + 1)(5x + 2) = 0$.

2. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:

а) $3\frac{14}{17} \cdot 3\frac{13}{19} - 3\frac{14}{17} \cdot 4\frac{13}{19}$;

б) $\frac{3{,}8^2 + 3{,}8 \cdot 0{,}7 - 0{,}8 \cdot 3{,}8 - 0{,}8 \cdot 0{,}7}{2{,}5 \cdot 6 - 2{,}5 \cdot 1{,}5 - 0{,}5 \cdot 6 + 0{,}5 \cdot 1{,}5}$.

3. Докажите, что выражение:

а) $9^6 - 3^9$ кратно 13;

б) $5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$, $n \in N$, кратно 31.

4. Решите уравнение, разложив его левую часть на множители:

а) $x - 5x^2 = 0$;

б) $2x \cdot |x| - 4 \cdot |x| - 2 + x = 0$;

в) $2x \cdot 5^x - 5^x - 2x + 1 = 0$.

5. При каких значениях переменной выражение:

а) $\frac{4x^3 + 2x^2 + x + 1}{4x^3 + 2x^2 + 6x + 3}$ не имеет смысла;

б) $\frac{x^2 + 3x + 4}{(x - 2)^2 - 4x + 8}$ имеет смысл?

6. Найдите общие корни уравнений $x^2 - 2x - 8 = 0$ и $(x - 4)^2 = x^2 - x - 12$, если они существуют.

7. Найдите модуль разности корней уравнения $|2x + 5| = |3x - 2|$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 14

§ 11. Разность квадратов

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений, т. е. $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Это одна из *формул сокращенного умножения*. Применение тождества $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ называют *разложением на множители разности квадратов*.

Подготовительный вариант

1. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $(3a - 2b)(3a + 2b)$;

б) $(4x^2 + 3y^3)(3y^3 - 4x^2)$;

в) $(a^m + 5b^{m+1})(a^m - 5b^{m+1})$, $m \in N$.

2. Разложите на множители выражение:
   а) $4x^2 - 49y^2$; в) $25x^2 - (3x - 2)^2$;
   б) $0{,}01a^2b^4 - 0{,}16x^4$; г) $(2x^2 - 3)^2 - (4x + 5)^2$.
3. Вычислите:
   а) $198 \cdot 202$; б) $518^2 - 482^2$.
4. Решите уравнение:
   а) $4x^2 - 9 = 0$; б) $(1 - 2x)(2x + 1) - 4x(2 - x) = 0$.
5. Докажите, что выражение $(2x - 3)(2x + 3) - 3(x^2 - 4)$ при любых значениях переменной принимает лишь положительные значения.
6. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(x - 2)^2 - 9 = 0$; б) $(2x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 0$.
7. Сравните числа $51\,227^2$ и $51\,226 \cdot 51\,228$.

Вариант 1

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(a - 2b)(a + 2b)$;
   б) $(x^2 + 2y)(2y - x^2)$;
   в) $(5a^m + 3b^m)(5a^m - 3b^m)$, $m \in N$.
2. Разложите на множители выражение:
   а) $9x^2 - 25y^2$; в) $4x^2 - (x + 1)^2$;
   б) $a^2b^6 - 16x^4$; г) $(x^2 + 2)^2 - (3x - 1)^2$.
3. Вычислите:
   а) $48 \cdot 52$; б) $548^2 - 452^2$.
4. Решите уравнение:
   а) $x^2 - 144 = 0$; б) $(2 - x)(x + 2) - x(3 - x) = 0$.
5. Докажите, что выражение $(4x - 3)(4x + 3) - 4(3x^2 - 4)$ при любых значениях переменной принимает лишь положительные значения.
6. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(x - 1)^2 - 25 = 0$; б) $(x + 2)^2 - (2x - 1)^2 = 0$.
7. Сравните числа $246\,357^2$ и $246\,356 \cdot 246\,358$.

Вариант 2

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(3a - b)(3a + b)$;
   б) $(2x + y^3)(y^3 - 2x)$;
   в) $(2a^m + 3b^m)(2a^m - 3b^m)$, $m \in N$.
2. Разложите на множители выражение:
   а) $16x^2 - 9y^2$; в) $9x^2 - (2x - 1)^2$;
   б) $36a^6b^4 - x^4$; г) $(x^2 - 2)^2 - (2x - 3)^2$.

3. Вычислите:

а) $38 \cdot 42$; б) $539^2 - 461^2$.

4. Решите уравнение:

а) $x^2 - 169 = 0$; б) $(3 - x)(x + 3) - x(1 - x) = 0$.

5. Докажите, что выражение $(3x - 2)(3x + 2) - 4(2x^2 - 3)$ при любых значениях переменной принимает лишь положительные значения.

6. Найдите множество корней уравнения:

а) $(x + 1)^2 - 16 = 0$; б) $(x - 3)^2 - (3x - 2)^2 = 0$.

7. Сравните числа $642\,317^2$ и $642\,316 \cdot 642\,318$.

Вариант 3

1. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $(2a - 3)(2a + 3)$;

б) $(2x^2 + 5y)(5y - 2x^2)$;

в) $(7a^k + b^k)(7a^k - b^k)$, $k \in N$.

2. Разложите на множители выражение:

а) $16x^2 - 49$; в) $x^2 - (2x - 7)^2$;

б) $4a^2b^4 - 81x^{10}$; г) $(x^2 - 8)^2 - (2x + 7)^2$.

3. Вычислите:

а) $149 \cdot 151$; б) $257^2 - 243^2$.

4. Решите уравнение:

а) $9x^2 - 196 = 0$; б) $(5 - x)(x + 5) + x(x + 10) = 0$.

5. Докажите, что выражение $(3 - 4x)(4x + 3) + 3(5x^2 - 4)$ при любых значениях переменной принимает лишь отрицательные значения.

6. Найдите множество корней уравнения:

а) $(2x + 3)^2 - 49 = 0$; б) $(3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = 0$.

7. Сравните числа $\dfrac{846\,353 \cdot 846\,355}{846\,354^2}$ и $\dfrac{846\,356 \cdot 846\,354}{846\,355^2}$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 15

§ 12. Квадрат суммы и квадрат разности

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Квадрат суммы двух выражений равен сумме квадрата первого выражения, удвоенного произведения первого и второго выражений и квадрата второго выражения, т. е. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Квадрат разности двух выражений равен сумме квадратов первого и второго выражений без удвоенного произведения первого и второго выражений, т. е. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Заметим, что $(a - b)^2 = (b - a)^2$.

Применение тождеств $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ и $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ называют *разложением на множители квадратных трехчленов* $a^2 + 2ab + b^2$ и $a^2 - 2ab + b^2$.

Подготовительный вариант

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(a + 3)^2$; в) $(-3x - 1)^2$;
   б) $(2a - 3)^2$; г) $(0{,}2x + 5b)^2$.
2. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:
   а) $a^2 + 14a + 49$; б) $16x^2 - 8x + 1$; в) $x^4 + 4y^2 - 4x^2y$.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $4x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$; б) $\frac{1}{3}y^2 - 2y + 3 = 0$.
4. Найдите значение выражения $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 3 + 6a - 9b$ при $a = 2{,}5$, $b = 1\frac{1}{3}$.
5. В выражении $49a^2 - 8ab + b^2$ измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было бы представить в виде квадрата двучлена. Сколькими способами можно это сделать?
6. Решите уравнение $(5x^2 - 1)^2 - 2 - 0{,}25 \cdot (10x + 1) + 3 = 0$.
7. Докажите, что уравнение $x - \frac{1}{16} - 4x^2 = 0{,}3$ равносильно уравнению $4 + 3 \cdot |7 - 3x| = 0$.

Вариант 1

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(a + 2)^2$; б) $(3a - 2)^2$; в) $(0{,}5a^2 - 4b)^2$.
2. Представьте в виде квадрата двучлена:
   а) $a^2 - 16a + 64$; б) $36x^2 + 1 + 12x$; в) $4x^2 + y^4 + 4xy^2$.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $4x^2 + 12x + 9 = 0$; б) $2a^2 - 6a + 4{,}5 = 0$.
4. Найдите значение выражения $9a^2 - 24ab + 16b^2 - 2 - 6a + 8b$ при $a = -1\frac{1}{3}$, $b = -1{,}5$.

5. В выражении $25a^2 + 8ab + b^2$ измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было бы представить в виде квадрата двучлена. Сколькими способами можно это сделать?
6. Решите уравнение $(2x + 3)^2 - 4(1 - x)^2 = 1$.
7. Докажите, что уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ равносильно уравнению $3 + 2 \cdot |1 - 2x| = 0$.

Вариант 2

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(a - 2)^2$; б) $(3a + 2)^2$; в) $(0{,}5a + 4b^2)^2$.
2. Представьте в виде квадрата двучлена:
   а) $a^2 + 18a + 81$; б) $49x^2 + 1 - 14x$; в) $4x^4 + y^2 + 4x^2y$.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $4x^2 - 20x + 25 = 0$; б) $2y^2 + 10y + 12{,}5 = 0$.
4. Найдите значение выражения $16a^2 - 24ab + 9b^2 - 3 - 12a + 9b$ при $a = -0{,}75$, $b = -1\frac{2}{3}$.
5. В выражении $25a^2 + 6ab + b^2$ измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было бы представить в виде квадрата двучлена. Сколькими способами можно это сделать?
6. Решите уравнение $(2x - 3)^2 - 4 \cdot (x + 1)^2 = 2$.
7. Докажите, что уравнение $x^2 + 2x + 12 = 0$ равносильно уравнению $1 + 3 \cdot |x + 3| = 0$.

Вариант 3

1. Представьте в виде многочлена выражение:
   а) $(a - 5)^2$; б) $(4a - 3)^2$; в) $(0{,}5a^3 + 2b^2)^2$.
2. Представьте в виде квадрата двучлена:
   а) $a^2 - 30a + 225$; б) $16x^2 + 1 - 8x$; в) $4x^4 + \frac{1}{4}y^6 - 2x^2y^3$.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $9x^2 - 12x + 4 = 0$; б) $3a^2 + 4a + 1\frac{1}{3} = 0$.
4. Найдите значение выражения $4a^2 - 20ab + 25b^2 - 2 - 4a + 10b$ при $a = -2{,}5$, $b = -0{,}8$.

5. В выражении $36a^2 - 4ab + b^2$ измените один из коэффициентов так, чтобы получившийся трехчлен можно было бы представить в виде квадрата двучлена. Сколькими способами можно это сделать?
6. Решите уравнение $(4x + 2)^2 - 4(1 - 2x)^2 = -3$.
7. Докажите, что уравнение $x^2 - 6x + 10 = 0$ равносильно уравнению $5 + 3 \cdot |1 - x| = 0$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 16

§ 12. Квадрат суммы и квадрат разности

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Квадратным трехчленом называется многочлен вида $ax^2 + bx + c$, где x — переменная, a, b, c — некоторые числа, причем $a \neq 0$. Число a называется *старшим коэффициентом* квадратного трехчлена, c — *свободным членом*. Любой квадратный трехчлен, у которого старший коэффициент равен 1, можно записать в виде суммы квадрата двучлена и некоторого числа, т. е. *выделить из квадратного трехчлена квадрат двучлена*:

$$x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{4q - p^2}{4}.$$

Подготовительный вариант

1. Запишите в стандартном виде и укажите:
   а) старший коэффициент квадратного трехчлена $5 + x - 2x^2$;
   б) свободный член квадратного трехчлена $2x - 3 + x^2$.
2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:
   а) $x^2 + 10x + 26$; б) $x^2 - 5x - 1$.
3. Разложите на множители квадратный трехчлен, выделив квадрат двучлена:
   а) $x^2 - 10x + 24$; б) $9x^2 - 6x - 3$.
4. Решите уравнение, разложив его левую часть на множители с помощью выделения квадрата двучлена и применив формулу разности квадратов двух выражений:
   а) $x^2 + 8x - 9$; б) $4x^2 + 12x + 5$.
5. Докажите, что при любых значениях переменной значение квадратного трехчлена:
   а) $x^2 + 3x + 3$ положительно;
   б) $4x - 4x^2 - 2$ отрицательно.

6. Найдите:

а) наименьшее значение квадратного трехчлена $2x^2 - 4x + 3$;

б) наибольшее значение квадратного трехчлена $-3x^2 - 6x - 12$.

7. Дан прямоугольник со сторонами 2 см и 14 см. Большую его сторону уменьшили на a см, а меньшую увеличили на a см. При каком значении a площадь полученного прямоугольника будет наибольшей?

Вариант 1

1. Запишите в стандартном виде и укажите:

а) старший коэффициент квадратного трехчлена $5x + 7 - 2x^2$;

б) свободный член квадратного трехчлена $x - 6 + 3x^2$.

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

а) $x^2 - 6x + 11$; б) $x^2 + 6x$.

3. Разложите на множители квадратный трехчлен, выделив квадрат двучлена:

а) $x^2 - 8x + 12$; б) $9x^2 - 6x - 8$.

4. Решите уравнение $x^2 + x - 6 = 0$, разложив его левую часть на множители с помощью выделения квадрата двучлена и применив формулу разности квадратов двух выражений.

5. Докажите, что при любых значениях переменной значение квадратного трехчлена:

а) $y^2 - 4y + 7$ положительно;

б) $-y^2 + 6y - 15$ отрицательно.

6. Найдите:

а) наименьшее значение квадратного трехчлена $a^2 - 10a + 27$;

б) наибольшее значение квадратного трехчлена $-a^2 - 6a - 15$.

Укажите, при каком значении переменной квадратный трехчлен принимает свое наибольшее или наименьшее значение.

7. Дан прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см. Большую его сторону уменьшили на a см, а меньшую увеличили на a см. При каком значении a площадь полученного прямоугольника будет наибольшей?

Вариант 2

1. Запишите в стандартном виде и укажите:

а) старший коэффициент квадратного трехчлена $6 - 5x - 4x^2$;

б) свободный член квадратного трехчлена $2x + 3 - 5x^2$.

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

а) $x^2 + 6x + 7$; б) $x^2 - 6x$.

3. Разложите на множители квадратный трехчлен, выделив квадрат двучлена:
а) $x^2 - 6x - 16$; б) $9x^2 + 6x - 8$.
4. Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$, разложив его левую часть на множители с помощью выделения квадрата двучлена и применив формулу разности квадратов двух выражений.
5. Докажите, что при любых значениях переменной значение квадратного трехчлена:
а) $y^2 - 10y + 26$ положительно;
б) $-y^2 + 4y - 6$ отрицательно.
6. Найдите:
а) наименьшее значение квадратного трехчлена $a^2 - 4a + 7$;
б) наибольшее значение квадратного трехчлена $-a^2 + 6a - 14$.
Укажите, при каком значении переменной квадратный трехчлен принимает свое наибольшее или наименьшее значение.
7. Дан прямоугольник со сторонами 8 см и 12 см. Большую его сторону уменьшили на a см, а меньшую увеличили на a см. При каком значении a площадь полученного прямоугольника будет наибольшей?

Вариант 3

1. Запишите в стандартном виде и укажите:
а) старший коэффициент квадратного трехчлена $5 - 2x - x^2$;
б) свободный член квадратного трехчлена $3x - 2 + 4x^2$.
2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:
а) $x^2 - 12x + 40$; б) $x^2 + 12x$.
3. Разложите на множители квадратный трехчлен, выделив квадрат двучлена:
а) $x^2 + 14x + 48$; б) $25x^2 - 10x - 12$.
4. Решите уравнение $x^2 + 14x + 33 = 0$, разложив его левую часть на множители с помощью выделения квадрата двучлена и применив формулу разности квадратов двух выражений.
5. Докажите, что при любых значениях переменной значение квадратного трехчлена:
а) $y^2 - 6y + 10$ положительно;
б) $-2y^2 + 4y - 4$ отрицательно.
6. Найдите:
а) наименьшее значение квадратного трехчлена $a^2 + 20a + 120$;
б) наибольшее значение квадратного трехчлена $-2a^2 + 20a - 60$.
Укажите, при каком значении переменной квадратный трехчлен принимает свое наибольшее или наименьшее значение.

7. Дан прямоугольник со сторонами 4 см и 14 см. Большую его сторону уменьшили на $2a$ см, а меньшую увеличили на a см. При каком значении a площадь полученного прямоугольника будет наибольшей?

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 17

§ 12. Квадрат суммы и квадрат разности

§ 13. Куб суммы и куб разности. Сумма и разность кубов

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac,$$
$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2bc + 2ac + 2ad + {}$$
$$+ 2bd + 2cd,$$

и вообще квадрат суммы нескольких выражений равен сумме квадратов этих выражений и всех удвоенных произведений этих выражений, взятых по два.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

т. е. куб суммы двух выражений равен кубу первого выражения плюс утроенное произведение квадрата первого выражения и второго плюс утроенное произведение первого выражения и квадрата второго плюс куб второго выражения.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

т. е. куб разности двух выражений равен кубу первого выражения минус утроенное произведение квадрата первого выражения и второго плюс утроенное произведение первого выражения и квадрата второго минус куб второго выражения.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

т. е. сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и их неполного квадрата разности.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

т. е. разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и их неполного квадрата суммы.

Подготовительный вариант

1. Представьте в виде многочлена:
   а) $(x - y + 3)^2$; б) $(2x + 3y - 2)^2$.
2. Упростите выражение $(3a - b)^3 - 3ab(a + 3b)$.
3. Разложите на множители:
   а) $125 + x^3$; б) $64 - (2x - 1)^3$.
4. Найдите значение выражения
   $$a(a + 2)(a - 2) - (a - 3)(a^2 + 3a + 9), \text{ где } a = \frac{1}{4}.$$
5. Докажите, что $2^9 + 5^3$ кратно 13.
6. Найдите значение выражения
   $$\left(\frac{97^3 + 83^3}{180} - 97 \cdot 83\right) : (35^2 - 28^2).$$
7. Решите уравнение:
   а) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$;
   б) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$.
8. Докажите, что выражение $4x^2 + 2y^2 - 4xy - 4x + 2y + 3$ принимает лишь положительные значения при любых значениях входящих в него переменных.

Вариант 1

1. Представьте в виде многочлена:
   а) $(x + y - 2)^2$; б) $(2x + y + z - 1)^2$.
2. Упростите выражение $(a - 2b)^3 - 6ab(a + 2b)$.
3. Разложите на множители:
   а) $8x^3 + 1$; б) $125 - (x + 2)^3$.
4. Найдите значение выражения
   $$a(a + 3)(a - 3) - (a + 2)(a^2 - 2a + 4), \text{ где } a = -\frac{2}{9}.$$
5. Докажите, что $5^6 - 2^{12}$ кратно 9.
6. Найдите значение выражения
   $$\left(\frac{73^3 + 57^3}{130} - 73 \cdot 57\right) : (22^2 - 10^2).$$
7. Найдите множество корней уравнения $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 = 0$.
8. Докажите, что выражение $2x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y + 5$ принимает лишь положительные значения при любых значениях входящих в него переменных.

Вариант 2

1. Представьте в виде многочлена:

   а) $(x + y - 3)^2$; б) $(2x + y - z + 1)^2$.

2. Упростите выражение $(2a - b)^3 - 6ab(3a + b)$.

3. Разложите на множители:

   а) $27x^3 + 1$; б) $8 - (x + 3)^3$.

4. Найдите значение выражения

   $$a(a - 3)(a + 3) - (a - 2)(a^2 + 2a + 4), \text{ где } a = \frac{1}{9}.$$

5. Докажите, что $2^{18} - 5^6$ кратно 13.

6. Найдите значение выражения

   $$\left(\frac{85^3 + 31^3}{116} - 85 \cdot 31\right) : (45^2 - 9^2).$$

7. Найдите множество корней уравнения $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 = 0$.

8. Докажите, что выражение $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y + 5$ принимает лишь положительные значения при любых значениях входящих в него переменных.

Вариант 3

1. Представьте в виде многочлена:

   а) $(x - 2y - 1)^2$; б) $(x - y + 2z - 1)^2$.

2. Упростите выражение $(2a - 3b)^3 + 12ab(3a - 5b)$.

3. Разложите на множители:

   а) $64x^3 + 27$; б) $125 - (2x - 3)^3$.

4. Найдите значение выражения

   $a(a + 1)(a - 1) - (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$, где $a = -4$.

5. Докажите, что $5^3 + 2^{12}$ кратно 7.

6. Найдите значение выражения

   $$\left(\frac{33^3 - 29^3}{4} + 33 \cdot 29\right) : (56^2 - 6^2).$$

7. Найдите множество корней уравнения

   $4x^3 + 18x^2 + 27x + 13{,}5 = 0$.

8. Докажите, что выражение $4x^2 + 2y^2 - 4xy - 4x + 2y + 2$ принимает лишь положительные значения при любых значениях входящих в него переменных.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 18

§ 13. Куб суммы и куб разности. Сумма и разность кубов

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ для любых $n \in N$,

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \ldots - a^2b^{n-3} + ab^{n-2} - b^{n-1})$ для нечетных $n \in N$.

Сумму $a^n + b^n$ для четных $n \in N$ в общем случае нельзя представить в виде произведения.

Подготовительный вариант

1. Представьте в виде произведения выражение:
а) $2x^2 - 8$; б) $2x^3 - 16$; в) $4x^2y - x^3 - 4xy^2$.
2. Вычислите:
а) $357^2 - 356^2$;
б) $322^2 - 2 \cdot 322 \cdot 318 + 318^2$;
в) $\dfrac{47^3 + 23^3}{47^2 - 47 \cdot 23 + 23^2}$.
3. Разложите на множители выражение:
а) $3a^3 - 75ab^2$;
б) $x - y - x^2 + 2xy - y^2$;
в) $(2 - x)(2 + x) - a(a - 2x)$.
4. Решите уравнение $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$.
5. Найдите значение выражения
$(5 + 1)(5^2 + 1)(5^4 + 1)(5^8 + 1) - 5^{16} \cdot 0{,}25$.
6. Докажите, что $3^{2n+1} + 2 \cdot 4^n$ при любых $n \in N$ кратно 5.
7. Представьте многочлен $(3a + b)^2 + (3ab - 1)^2 - (3a - b)^2$ в виде произведения двух одинаковых многочленов.
8. Докажите, что значение выражения $78 \cdot 79 \cdot 80 \cdot 81 + 1$ можно представить в виде произведения двух одинаковых натуральных чисел.

Вариант 1

1. Представьте в виде произведения выражение:
а) $2x^2 - 32y^2$; б) $2x^3 + 2y^3$; в) $2x^2y - x^3 - xy^2$.

2. Вычислите:

а) $194^2 - 193^2$;

б) $177^2 - 2 \cdot 177 \cdot 77 + 77^2$;

в) $\dfrac{38^3 + 12^3}{38^2 - 38 \cdot 12 + 12^2}$.

3. Разложите на множители выражение:

а) $3a^3 - 48ab^2$;

б) $x + 2y - x^2 - 4xy - 4y^2$;

в) $(5 - x)(5 + x) - a(a - 2x)$.

4. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$.

5. Найдите значение выражения

$$(4 + 1)(4^2 + 1)(4^4 + 1)(4^8 + 1) - \frac{1}{3} \cdot 4^{16}.$$

6. Докажите, что $11^{2n+1} + 3 \cdot 9^n$ при любых $n \in N$ кратно 7.

7. Представьте многочлен $x^4 + x^2 + 1$ в виде произведения.

8. Докажите, что значение выражения $178 \cdot 179 \cdot 180 \cdot 181 + 1$ можно представить в виде произведения двух одинаковых натуральных чисел.

Вариант 2

1. Представьте в виде произведения выражение:

а) $20x^2 - 5y^2$; б) $4x^3 - 4y^3$; в) $4x^2y - 4x^3 - xy^2$.

2. Вычислите:

а) $232^2 - 231^2$;

б) $148^2 - 2 \cdot 148 \cdot 48 + 48^2$;

в) $\dfrac{81^3 - 31^3}{81^2 + 81 \cdot 31 + 31^2}$.

3. Разложите на множители выражение:

а) $48a^3 - 3ab^2$;

б) $2x + y - 4x^2 - 4xy - y^2$;

в) $(4 - x)(4 + x) - a(a - 2x)$.

4. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$.

5. Найдите значение выражения

$$(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) - \frac{1}{2} \cdot 3^{16}.$$

6. Докажите, что $13^{2n+1} + 2 \cdot 4^n$ при любых $n \in N$ кратно 5.

7. Представьте многочлен $x^4 + 3x^2 + 4$ в виде произведения.

8. Докажите, что значение выражения $792 \cdot 793 \cdot 794 \cdot 795 + 1$ можно представить в виде произведения двух одинаковых натуральных чисел.

Вариант 3

1. Представьте в виде произведения выражение:
   а) $0{,}5x^2 - 8$; б) $3x^3 + 81y^3$; в) $2x^2y - 0{,}5x^3 - 2xy^2$.
2. Вычислите:
   а) $252^2 - 251^2$;
   б) $252^2 + 2 \cdot 252 \cdot 48 + 48^2$;
   в) $\dfrac{78^3 + 22^3}{78^2 - 78 \cdot 22 + 22^2}$.
3. Разложите на множители выражение:
   а) $44a^2b - 539b^3$;
   б) $2x - 6y - x^2 + 6xy - 9y^2$;
   в) $(1 - x)(1 + x) - a(a - 2x)$.
4. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$.
5. Найдите значение выражения
   $\dfrac{1}{6} \cdot 7^{32} - (7 + 1)(7^2 + 1)(7^4 + 1)(7^8 + 1)(7^{16} + 1)$.
6. Докажите, что $7 \cdot 7^{2n} + 2 \cdot 4^n$ при любых $n \in N$ кратно 3.
7. Представьте многочлен $x^4 - 3x^2 + 1$ в виде произведения.
8. Докажите, что значение выражения $781 \cdot 782 \cdot 783 \cdot 784 + 1$ можно представить в виде произведения двух одинаковых натуральных чисел.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 19

§ 14. Функции и их графики

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Функцией называется соответствие между двумя множествами, при котором каждому элементу x множества X соответствует единственный элемент y множества Y. Переменную x называют *независимой переменной* или *аргументом*, переменную y — *зависимой переменной* или *функцией*.

Функции можно задать аналитически (формулой), таблицей, описанием, графически. Если значения аргумента и значения функции — числа, то функция называется *числовой*.

Множество всех значений аргумента составляет *область определения функции*, множество всех значений функции — *область значений функции*. Если функция на различных частях области определения задается различными формулами, то говорят о *кусочно-заданной функции.*

Графиком функции называется множество всех таких точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты — соответствующим значениям функции. Если точка $M\ (x_0;\ y_0)$ принадлежит графику функции $y = f(x)$, то ее координаты удовлетворяют формуле $y = f(x)$, т. е. равенство $y_0 = f(x_0)$ является верным. Наоборот, если пара чисел $(x_0;\ y_0)$ обращает формулу $y = f(x)$ в верное числовое равенство, т. е. $y_0 = f(x_0)$, то точка с координатами $(x_0;\ y_0)$ принадлежит графику функции $y = f(x)$.

Подготовительный вариант

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \dfrac{5x - 3}{5}$; б) $y = \dfrac{5}{5x - 3}$; в) $y = \dfrac{5}{5|x| - 3}$.

2. Дана функция $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$. Найдите:
   а) значение функции для значений аргумента −1 и 1;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно 4.
3. Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 1). Найдите:
   а) значение функции при значении аргумента, равном 2;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно нулю.
4. Функция задана формулой $y = -x^2 + 4x - 3$, где $-1 \leqslant x \leqslant 4$.
   а) Задайте эту функцию таблицей с шагом 1.
   б) Задайте эту функцию графически.
   в) Укажите наибольшее и наименьшее значения функции и ее область значений.
5. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 0; \\ 2x, \text{если } 0 < x \leqslant 3. \end{cases}$$

Укажите область определения и область значений функции.

6. Найдите область определения функции $y = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$, где $|x| \leqslant 4$, и постройте ее график.

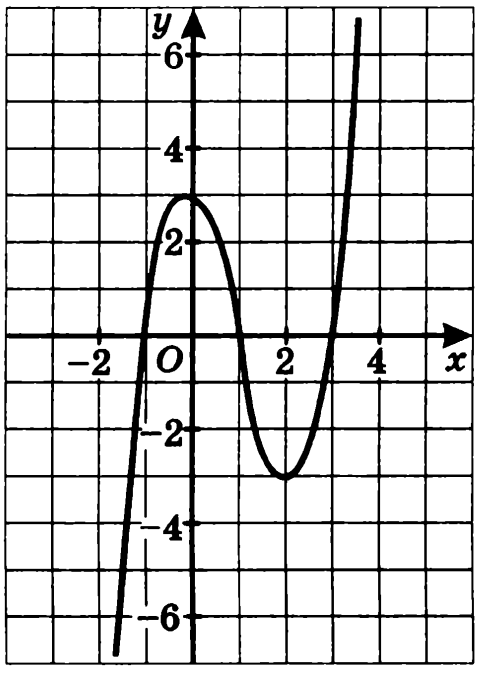


Рис. 1

Вариант 1

1. Укажите область определения функции:

а) $y = \dfrac{5 - 2x}{2}$; в) $y = \dfrac{5x^2}{5 - 2|x|}$.

б) $y = \dfrac{2}{5 - 2x}$;

2. Дана функция $y = -x^2 - 1$. Найдите:
   а) значение функции для значений аргумента -1 и 1;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно -5.
3. Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 2). Найдите:
   а) значение функции при значении аргумента, равном 4;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно 3.
4. Функция задана формулой $y = |x + 1| - 2$, где $-3 \leqslant x \leqslant 2$.
   а) Задайте эту функцию таблицей с шагом 1.
   б) Задайте эту функцию графически.
   в) Укажите наибольшее и наименьшее значения функции и ее область значений.
5. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 0; \\ -x, \text{ если } 0 < x \leqslant 3. \end{cases}$$

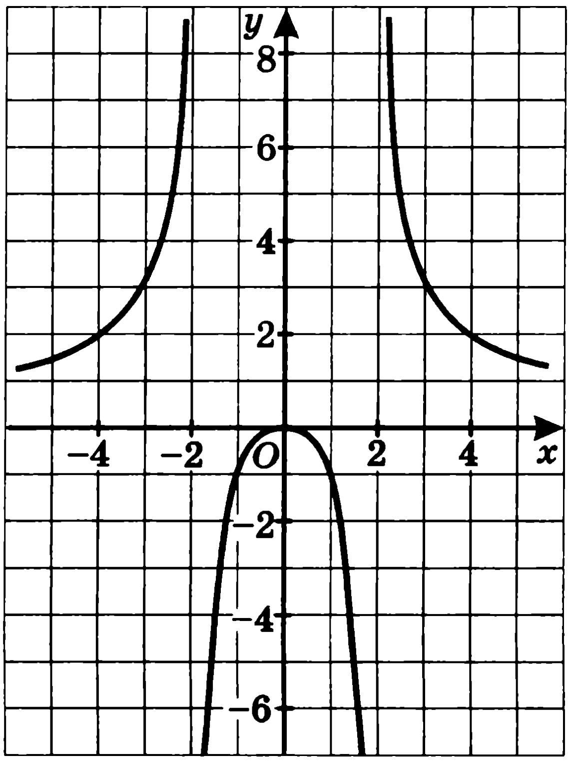


Рис. 2

Какие из точек $A(-1;\ 1)$, $B(1;\ -1)$, $C(2;\ 2)$ принадлежат графику данной функции?

6. Найдите область определения функции $y = \dfrac{x^3 + x}{x}$, где $|x| \leqslant 3$, и постройте ее график.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \dfrac{3 - 2x}{3}$; в) $y = \dfrac{3x^2}{3 - 2|x|}$.

б) $y = \dfrac{3}{3 - 2x}$;

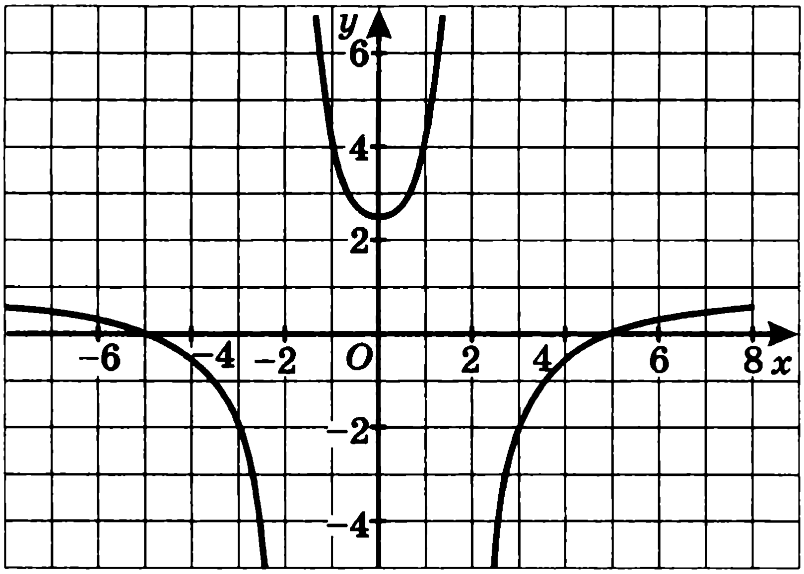


Рис. 3

2. Дана функция $y = -x^2 + 2$. Найдите:
   а) значение функции для значений аргумента -1 и 1;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно -2.
3. Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 3). Найдите:
   а) значение функции при значении аргумента, равном -3;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно 4.
4. Функция задана формулой $y = |x - 1| - 2$, где $-2 \leqslant x \leqslant 3$.
   а) Задайте эту функцию таблицей с шагом 1.
   б) Задайте эту функцию графически.
   в) Укажите наибольшее и наименьшее значения функции и ее область значений.
5. Постройте график функции $y = \begin{cases} x, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 0; \\ x^2 - 2x, \text{ если } 0 < x \leqslant 2. \end{cases}$

   Какие из точек $A(-1;\ 1)$, $B(1;\ -1)$, $C(2;\ 2)$ принадлежат графику данной функции?
6. Найдите область определения функции $y = \dfrac{x^3 - x}{x}$, где $|x| \leqslant 3$, и постройте ее график.

Вариант 3

1. Найдите область определения функции:

   а) $y = \dfrac{4x - 3}{4}$; б) $y = \dfrac{4}{4x - 3}$; в) $y = \dfrac{4x^2}{4|x| - 3}$.

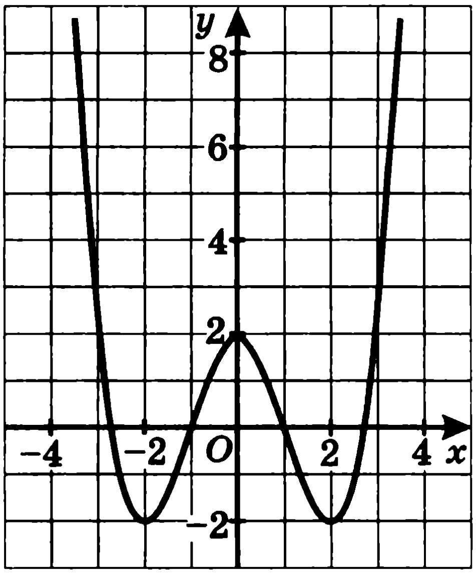


Рис. 4

2. Дана функция $y = 2x^3 + x - 3$. Найдите:
   а) значение функции для значений аргумента -1 и 2;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно -3.
3. Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 4). Найдите:
   а) значение функции при значении аргумента, равном -2;
   б) значение аргумента, при котором значение функции равно 2.
4. Функция задана формулой $y = |x - 1| - 1$, где $-1 \leqslant x \leqslant 2$.
   а) Задайте эту функцию таблицей с шагом 0,5.
   б) Задайте функцию графически.
   в) Укажите наибольшее и наименьшее значения функции и ее область значений.
5. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 0; \\ 2x, \text{ если } 0 < x \leqslant 2. \end{cases}$

   Укажите область определения и область значений функции.
6. Найдите область определения функции $y = \dfrac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$, где $|x| \leqslant 3$, и постройте ее график.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 20

§ 15. Линейная функция

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Функция, которую можно задать формулой вида $y = kx$, где x — независимая переменная, k — отличное от нуля число, называется *прямой пропорциональностью*. Число k в формуле $y = kx$ называется *коэффициентом пропорциональности*. Областью определения и областью значений прямой пропорциональности является множество всех чисел.

Графиком прямой пропорциональности является *прямая, проходящая через начало координат*. Если $k > 0$, то график проходит в I и III координатных четвертях, а если $k < 0$, то во II и IV координатных четвертях.

Функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x — независимая переменная, k и b — произвольные числа, называется *линейной функцией*. Областью определения линейной функции является множество всех чисел. Областью значений линейной функции является либо множество всех чисел (при $k \neq 0$), либо число b, если $k = 0$.

График линейной функции $y = kx + b$ при $k \neq 0$ — *прямая*, являющаяся графиком функции $y = kx$ и смещенная на $|b|$ единичных отрезков вверх, если $b > 0$, или вниз, если $b < 0$. Графиком линейной функции $y = kx + b$ при $k = 0$ является *прямая*, параллельная оси абсцисс, проходящая через точку $(0; b)$.

Подготовительный вариант

1. Постройте в одной системе координат графики функций $y = -2x - 3$, $y = -2x$ и $y = -3$.

2. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = 2x + 3$ и $y = -1{,}5x - 4$.

3. Задайте формулой прямую пропорциональность, если:

а) ее график и график функции $y = -2{,}5x + 7$ параллельны;

б) ее график проходит через точку $M(2{,}5; -5)$.

4. Докажите, что функция $y = (x + 1)^2 - 1 - (x - 1)^2$ является линейной. Найдите координаты точек пересечения графика этой функции с осями координат.

5. Докажите, что графики функций $y = 3x + 5$, $y = -0{,}5x - 9$ и $y = 1{,}75x$ пересекаются в одной точке.

6. Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точку $M(3; -4)$ и не пересекает график функции $y = -2x + 5$.

7. Постройте график кусочно-заданной функции

$$y = \begin{cases} x + 4, \text{ если } -5 \leqslant x \leqslant -2; \\ -x, \text{ если } -2 < x \leqslant 2; \\ -2, \text{ если } 2 < x \leqslant 5. \end{cases}$$

Укажите:

а) ее область определения;

б) наибольшее и наименьшее значения функции;

в) ее область значений;

г) координаты точек пересечения с осями координат.

8. На графике функции $y = -\frac{x}{3} + 1\frac{1}{3}$ укажите точки, у которых модуль абсциссы равен модулю ординаты.

Вариант 1

1. В одной системе координат постройте графики функций $y = -0{,}5x + 2$, $y = -0{,}5x$ и $y = 2$.
2. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -x + 2$ и $y = 1{,}5x - 2$.
3. Задайте формулой прямую пропорциональность, если:
   а) ее график и график функции $y = 1{,}5x - 5{,}5$ параллельны;
   б) ее график проходит через точку $M(-1{,}3;\ 6{,}5)$.
4. Докажите, что функция $y = (x - 1)^2 + 2 - (x + 2)^2$ является линейной. Найдите координаты точек пересечения графика этой функции с осями координат.
5. Докажите, что графики функций $y = -2x - 4$, $y = 0{,}5x - 1{,}5$ и $y = 2x$ пересекаются в одной точке.
6. Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точку $M(1;\ 4)$ и не пересекает график функции $y = -3x + 1$.
7. Постройте график кусочно-заданной функции

$$y = \begin{cases} 0{,}5x + 1{,}5, \text{если } -5 \leqslant x \leqslant -1; \\ -x, \text{если } -1 < x \leqslant 1; \\ -1, \text{если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$$

   По графику функции определите:
   а) ее область определения;
   б) наибольшее и наименьшее значения функции;
   в) ее область значений;
   г) координаты точек пересечения с осями координат.
8. На графике функции $y = 3x - 2$ укажите точки, у которых модуль абсциссы равен модулю ординаты.

Вариант 2

1. В одной системе координат постройте графики функций $y = 0{,}5x - 2$, $y = 0{,}5x$ и $y = -2$.
2. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = x - 1$ и $y = -1{,}5x - 3$.

3. Задайте формулой прямую пропорциональность, если:
   а) ее график и график функции $y = -3{,}5x + 2{,}3$ параллельны;
   б) ее график проходит через точку $M(1{,}4; -5{,}6)$.
4. Докажите, что функция $y = 2 - (x - 1)^2 + (x + 2)^2$ является линейной. Найдите координаты точек пересечения графика этой функции с осями координат.
5. Докажите, что графики функций $y = x - 4$, $y = -2x + 5$ и $y = -\frac{x}{3}$ пересекаются в одной точке.
6. Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точку $M(-2; 3)$ и не пересекает график функции $y = 4x + 7$.
7. Постройте график кусочно-заданной функции

$$y = \begin{cases} 2, \text{если } -5 \leqslant x \leqslant -1; \\ -2x, \text{если } -1 < x \leqslant 1; \\ x - 3, \text{если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$$

   По графику функции определите:
   а) ее область определения;
   б) наибольшее и наименьшее значения функции;
   в) ее область значений;
   г) координаты точек пересечения с осями координат.
8. На графике функции $y = -2x + 3$ укажите точки, у которых модуль абсциссы равен модулю ординаты.

Вариант 3

1. В одной системе координат постройте графики функций $y = 2x + 2$, $y = 2x$ и $y = 2$.
2. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -3x + 7{,}5$ и $y = x + 0{,}5$.
3. Задайте формулой прямую пропорциональность, если:
   а) ее график и график функции $y = 4x + 2$ параллельны;
   б) ее график проходит через точку $A(4; -3)$.
4. Докажите, что функция $y = (x + 3)^2 - (x + 2)(x - 2) - 4(x + 1)$ является линейной. Найдите точки пересечения графика этой функции с осями координат.
5. Выясните, пересекаются ли графики функций $y = -3x - 11$, $y = 4x + 3$ и $y = 2{,}5x$ в одной точке.

6. Задайте линейную функцию формулой, если известно, что ее график проходит через точку $K(3; -1)$ и не имеет общих точек с графиком функции $y = \frac{x}{3} + 3$.

7. Постройте график функции $y = \begin{cases} x + 3, \text{ если } -5 \leqslant x < -1; \\ 2, \text{ если } -1 \leqslant x < 1; \\ 3 - x, \text{ если } 1 \leqslant x \leqslant 5. \end{cases}$

По графику функции найдите:

а) ее область определения;

б) наибольшее и наименьшее значения функции;

в) область значений функции;

г) координаты точек пресечения с осями координат.

8. На графике функции $y = 2004x - 2003$ найдите такие точки, у которых модуль абсциссы равен модулю ординаты.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 21

§ 15. Линейная функция

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x — независимая переменная, k и b — произвольные числа, называется *линейной функцией*.

Коэффициент k, стоящий перед аргументом x в формуле линейной функции, называется *угловым коэффициентом прямой*, являющейся графиком данной линейной функции. Геометрический смысл углового коэффициента прямой будет рассмотрен позже. Коэффициент b показывает, на сколько единичных отрезков вверх или вниз смещен график прямой пропорциональности $y = kx$, т. е. указывает точку пересечения графика линейной функции с осью ординат $(0; b)$.

Если угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками линейных функций, различны, то прямые пересекаются, *если угловые коэффициенты прямых равны, то прямые параллельны.*

Подготовительный вариант

1. Найдите координаты вершин треугольника, стороны которого лежат на прямых $y = -3$, $y = x$ и $y = 2 - x$.

2. При каких значениях параметра a прямая $y = ax$ проходит:
а) хотя бы через одну точку графика функции $y = 2{,}5 - 2x$;
б) хотя бы через одну точку отрезка с концами в точках (1; 1) и (1; 7)?
3. При каких значениях параметра a график функции $y = 2x + a$ проходит хотя бы через одну точку, абсцисса которой положительна, а ордината — отрицательна?
4. Найдите координаты точки графика функции $y = 7x - 5$, сумма абсциссы и ординаты которой равна 19.
5. На координатной плоскости задано множество точек $M(x; y)$, ординаты которых вычисляются по формуле $y = \frac{x}{4} - 1$. Изобразите на координатной плоскости три точки, принадлежащие этому множеству. Чему равна абсцисса точки $M_1(x; -1)$, если известно, что точка M_1 — одна из точек этого множества?
6. При каких значениях k и b графики функций $y = -x + b$ и $y = kx - 1$ симметричны относительно оси:
а) абсцисс; б) ординат?
Изобразите данные ситуации на рисунке.

Вариант 1

1. Найдите координаты вершин треугольника, ограниченного прямыми $y = x - 2$, $y = -x$ и $y = 2$.
2. При каких значениях параметра k график прямой пропорциональности $y = kx$ проходит:
а) хотя бы через одну точку графика функции $y = -x - 100$;
б) только через одну точку отрезка AB, где $A(-4; -1)$, $B(-1; -1)$?
3. При каких значениях параметра b график функции $y = 100x + b$ проходит хотя бы через одну точку, абсцисса которой отрицательна, а ордината — положительна?
4. Найдите координаты такой точки графика функции $y = 3 - 2x$, сумма абсциссы и ординаты которой равна 4.
5. На координатной плоскости xOy задано множество точек $M(x; y)$, координаты которых связаны соотношением $2x - y = 1$. Изобразите это множество. Чему может быть равна абсцисса точки $K(x; -2)$, если известно, что эта точка не принадлежит данному множеству?
6. При каких значениях k и b графики функций $y = 0{,}5x + b$ и $y = kx - 2$ симметричны относительно оси:
а) абсцисс; б) ординат?
Изобразите данные ситуации на рисунке.

Вариант 2

1. Найдите координаты вершин треугольника, ограниченного прямыми $y = -x - 2$, $y = x$ и $y = 2$.
2. При каких значениях параметра k график прямой пропорциональности $y = kx$ проходит:
   а) хотя бы через одну точку графика функции $y = x + 200$;
   б) только через одну точку отрезка AB, где $A(-4; 1)$, $B(-1; 1)$?
3. При каких значениях параметра b график функции $y = 100x + b$ проходит хотя бы через одну точку, абсцисса которой положительна, а ордината — отрицательна?
4. Найдите координаты такой точки графика функции $y = 2 - 3x$, сумма абсциссы и ординаты которой равна 4.
5. На координатной плоскости xOy задано множество точек $M(x; y)$, координаты которых связаны соотношением $x + y = 3$. Изобразите это множество. Чему может быть равна абсцисса точки $K(x; -1)$, если известно, что эта точка не принадлежит данному множеству?
6. При каких значениях k и b графики функций $y = -0{,}5x + b$ и $y = kx + 2$ симметричны относительно оси:
   а) абсцисс; б) ординат?
   Изобразите данные ситуации на рисунке.

Вариант 3

1. Найдите координаты вершин треугольника, ограниченного прямыми $y = -x + 4$, $y = \frac{x}{2}$ и $y = -1$.
2. При каких значениях параметра k график прямой пропорциональности $y = kx$ проходит:
   а) только через одну точку графика функции $y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{7}$;
   б) только через одну точку отрезка AB, где $A(2; 1)$, $B(2; 4)$?
3. При каких значениях параметра b график функции $y = -5x + b$ проходит хотя бы через одну точку, абсцисса и ордината которой положительны?
4. Найдите координаты такой точки графика функции $y = 5 - 3x$, сумма абсциссы и ординаты которой равна 9.
5. На координатной плоскости xOy задано множество точек $M(x; y)$, координаты которых связаны соотношением $2x + 3y - 6 = 0$. Изобразите это множество на координатной плоскости. Чему может быть равна абсцисса точки $K(x_0; 4)$, если известно, что эта точка не принадлежит данному множеству?

6. При каких значениях k и b графики функций $y = -3x + b$ и $y = kx + 4$ симметричны относительно оси:

а) абсцисс; б) ординат?

Изобразите данные ситуации на рисунке.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 22

§ 16. Степенная функция с натуральным показателем

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Функция вида $y = x^n$, где x — независимая переменная, $n \in N$, называется *степенной функцией с натуральным показателем*. Область определения степенной функции с натуральным показателем есть множество всех чисел.

СВОЙСТВА И ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = x^2$

Если $x = 0$, то $y = 0$, т. е. график функции проходит через начало координат.

Если $x \neq 0$, то $y > 0$, т. е. все точки графика функции, кроме точки с абсциссой 0, лежат выше оси абсцисс, в верхней полуплоскости.

Противоположным значениям аргумента соответствует одно и то же значение функции, т. е. график функции симметричен относительно оси ординат.

График функции $y = x^2$ называется *параболой* (рис. 5).

Свойства степенных функций с четным показателем совпадают со свойствами функции $y = x^2$, а их графики имеют такой же вид, как и парабола.

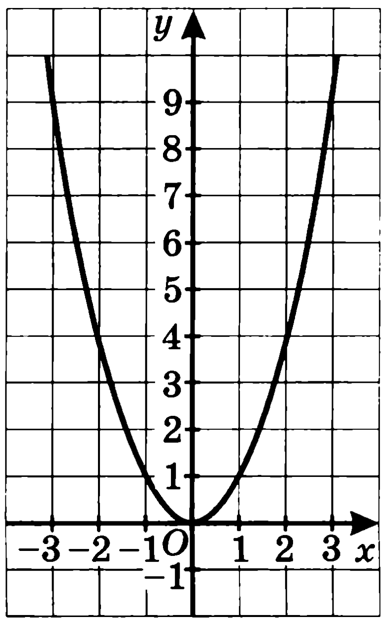


Рис. 5

СВОЙСТВА И ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = x^3$

Если $x = 0$, то $y = 0$, т. е. график функции проходит через начало координат.

Если $x > 0$, то $y > 0$, т. е. точки графика функции с положительными абсциссами лежат выше оси абсцисс (в I координатной четверти).

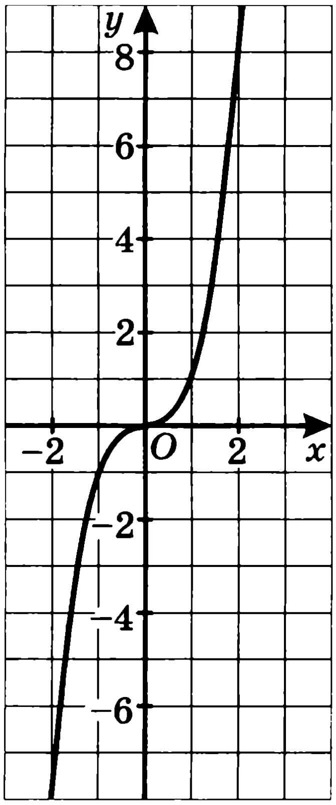


Рис. 6

Если $x < 0$, то $y < 0$, т. е. точки графика функции с отрицательными абсциссами лежат ниже оси абсцисс (в III координатной четверти).

Противоположным значениям аргумента соответствуют противоположные значения функции, т. е. точки графика функции симметричны относительно начала координат.

График функции $y = x^3$ называется *кубической параболой* (рис. 6).

Свойства степенных функций с нечетным показателем совпадают со свойствами функции $y = x^3$, а их графики имеют такой же вид, как и кубическая парабола.

Подготовительный вариант

1. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = -x^2$, $y = x - 2$ и найдите абсциссы их точек пересечения.
2. Используя график функции $y = -x^2$, построенный в задании 1, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно -7.
3. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^3$, $y = -2x + 3$ и найдите абсциссы их точек пересечения.
4. Используя график функции $y = x^3$, построенный в задании 3, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 7.
5. Не вычисляя значений выражений, сравните:
   а) $(-0{,}32)^4$ и $0{,}32^4$; в) $(-0{,}32)^6$ и $0{,}32^7$;
   б) $(-0{,}32)^5$ и $0{,}32^5$; г) $(-0{,}321)^4$ и $(-0{,}312)^4$.
6. Расположите числа a, a^3 и a^6 в порядке возрастания, если:
   а) $0 < a < 1$; в) $a < -1$;
   б) $a > 1$; г) $-1 < a < 0$.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку $M(-1;\ 2)$ и не имеет с графиком функции $y = \dfrac{x^4 - 3x^3}{x - 3}$ общих точек.

Вариант 1

1. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^2$, $y = x + 2$ и найдите абсциссы их точек пересечения.

2. Используя график функции $y = x^2$, построенный в задании 1, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 8.
3. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^3$, $y = -x + 2$ и найдите абсциссы их точек пересечения.
4. Используя график функции $y = x^3$, построенный в задании 3, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 6.
5. Не вычисляя значений выражений, сравните:
а) $(-0{,}6)^4$ и $0{,}6^4$; в) $(-0{,}6)^6$ и $0{,}6^7$;
б) $(-0{,}6)^5$ и $0{,}6^5$; г) $(-2{,}11)^4$ и $(-2{,}2)^4$.
6. Расположите числа a^2, a^3 и a^4 в порядке возрастания, если:
а) $0 < a < 1$; в) $a < -1$;
б) $a > 1$; г) $-1 < a < 0$.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку $A(0;\ 4)$ и не имеет с графиком функции $y = \dfrac{x^4 - 2x^3}{x - 2}$ общих точек.

Вариант 2

1. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^2$, $y = -x + 2$ и найдите абсциссы их точек пересечения.
2. Используя график функции $y = x^2$, построенный в задании 1, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 6.
3. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^3$, $y = -x - 2$ и найдите абсциссы их точек пересечения.
4. Используя график функции $y = x^3$, построенный в задании 3, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 4.
5. Не вычисляя значений выражений, сравните:
а) $(-0{,}3)^4$ и $0{,}3^4$; в) $(-0{,}3)^4$ и $0{,}3^7$;
б) $(-0{,}3)^5$ и $0{,}3^5$; г) $(-3{,}41)^6$ и $(-3{,}5)^6$.
6. Расположите числа a^3, a^4 и a^6 в порядке возрастания, если:
а) $0 < a < 1$; б) $a > 1$; в) $a < -1$; г) $-1 < a < 0$.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку $A(0;\ 9)$ и не имеет с графиком функции $y = \dfrac{x^4 - x^3}{x - 1}$ общих точек.

Вариант 3

1. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^2$, $y = 3x - 2$, если графики имеют общие точки, то найдите абсциссы этих точек.
2. Используя график функции $y = x^2$, построенный в задании 1, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 3.
3. В одной системе координат (единичный отрезок — 1 см) постройте графики функций $y = x^3$, $y = -2x + 3$; если графики имеют общие точки, то найдите ординаты этих точек.
4. Используя график функции $y = x^3$, построенный в задании 3, найдите значение аргумента, при котором значение функции равно 3.
5. Не вычисляя значений выражений, сравните:
   а) $(-0{,}78)^4$ и $0{,}78^4$;   в) $(-0{,}78)^8$ и $0{,}78^7$;
   б) $(-0{,}78)^5$ и $0{,}78^5$;   г) $(-78{,}78)^4$ и $(-87{,}87)^4$.
6. Расположите числа a, a^3 и a^4 в порядке возрастания, если:
   а) $0 < a < 1$;   б) $a > 1$;   в) $a < -1$;   г) $-1 < a < 0$.
7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку $A(0;\ 2)$ и не имеет с графиком функции $y = \dfrac{4x - 2x^2}{x - 2}$ общих точек.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 23

§ 17. Линейные уравнения с двумя переменными

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Равенство, содержащее выражения с двумя переменными, называется *уравнением с двумя переменными.*

Решением уравнения с двумя переменными называется упорядоченная пара чисел, обращающая это уравнение в верное числовое равенство.

Уравнения с двумя переменными, имеющие одно и то же множество решений, называются *равносильными.*

Свойства уравнений с двумя переменными такие же, как и свойства уравнений с одной переменной.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых являются решениями этого уравнения.

Линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида $ax + by = c$, где x и y — переменные, a, b и c — некоторые числа.

Графиком линейного уравнения с двумя переменными, в котором хотя бы один из коэффициентов при переменных не равен нулю, является прямая.

Если в линейном уравнении коэффициенты при переменных равны нулю, а свободный член не равен нулю, то его график — пустое множество.

Если коэффициенты при переменных и свободный член линейного уравнения равны нулю, то его графиком является вся координатная плоскость.

Если в задании требуется найти все целочисленные решения уравнения с двумя переменными, то говорят о *решении уравнения в целых числах*.

Подготовительный вариант

1. Среди пар чисел (2; −3), (1; 3), (−3; −2) и (8; −3) найдите решения уравнения $x^2 + y^2 = 13$.
2. В одной системе координат постройте графики уравнений $2x + 3y = 6$, $2x = 6$, $3y = 6$ и найдите координаты точек пересечения этих прямых.
3. При каком значении a пара чисел (1; −2) является решением уравнения $ax + 2y = -8$?
4. Найдите точки пересечения с осями координат графика уравнения $2x + 3y = 6$.
5. Из уравнения $(2x - y)(2x + y) - (2x - 3)^2 = x - 2y - 5$ выразите переменную x.
6. При каком значении параметра k график уравнения $(2k - 3)x + (|k| - 2)y = 2004$ параллелен: а) оси абсцисс; б) оси ординат?
7. Решите уравнение $2x + 5y = 3$ в целых числах. Укажите три различных целочисленных решения этого уравнения.
8. Постройте график уравнения $(y - x - 1)(y - x^2) = 0$. Сколько точек пересечения имеет график данного уравнения с прямой, параллельной оси ординат?

Вариант 1

1. Среди пар чисел (−1; 2), (0; −2) и (2; 0) найдите решения уравнения $(x + y)^2 - xy = 4$.
2. В одной системе координат постройте графики уравнений $3x - 2y - 6 = 0$, $3x - 6 = 0$, $2y - 6 = 0$ и найдите координаты точек пересечения этих прямых.

3. При каком значении a пара чисел $(-1; -3)$ является решением уравнения $ax - 3y = -7$?
4. Найдите точки пересечения с осями координат графика уравнения $7x - 2y = 14$.
5. Из уравнения $(x - y)(x + y) - (x + 1)^2 = 3 - (y - 1)^2$ выразите переменную:
   а) x; б) y.
6. При каком значении параметра k график уравнения $(k^2 - 4)x + (|k| - 1)y = 2$ параллелен:
   а) оси абсцисс; б) оси ординат?
7. Решите уравнение $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ в целых числах. Укажите три различных целочисленных решения этого уравнения.
8. Постройте график уравнения $(x - y - 2)(x + y + 2) = 0$. Сколько точек пересечения имеет график данного уравнения с прямой, параллельной оси ординат, в зависимости от переменной x?

Вариант 2

1. Среди пар чисел $(-1; 2)$, $(0; -2)$ и $(2; 0)$ найдите решения уравнения $(x + y)^2 + xy = 4$.
2. В одной системе координат постройте графики уравнений $3x - 2y + 6 = 0$, $3x + 6 = 0$, $2y + 6 = 0$ и найдите координаты точек пересечения этих прямых.
3. При каком значении a пара чисел $(-2; -1)$ является решением уравнения $ax - 2y = -4$?
4. Найдите точки пересечения с осями координат графика уравнения $7x + 3y = 21$.
5. Из уравнения $(y - x)(x + y) - (y + 1)^2 = 4 - (x - 1)^2$ выразите переменную:
   а) x; б) y.
6. При каком значении параметра k график уравнения $(k^2 - 1)x + (|k| - 2)y = 4$ параллелен:
   а) оси абсцисс; б) оси ординат?
7. Решите уравнение $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ в целых числах. Укажите три различных целочисленных решения этого уравнения.
8. Постройте график уравнения $(x - y + 2)(x + y - 2) = 0$. Сколько точек пересечения имеет график данного уравнения с прямой, параллельной оси ординат, в зависимости от переменной x?

Вариант 3

1. Среди упорядоченных пар чисел (0; −3), (4; −3) и (2; −1) найдите решения уравнения $x^2 + y^2 + 3(2y + 3) = 4x$.
2. В одной системе координат постройте графики уравнений $3x + y - 3 = 0$, $3x = 3$, $y - 3 = 0$ и найдите координаты точек пересечения этих прямых.
3. При каком значении параметра a пара чисел (−1; 5) является решением уравнения $ax - (a - 2)y = 3a$?
4. Найдите точки пересечения с осями координат графика уравнения $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 4$.
5. Из уравнения $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + 2x(3 - y) = (y - x)^2$ выразите переменную:
   а) x; б) y.
6. При каком значении параметра k график уравнения $(2k^2 - 242)x - (|k| + 356)y = -105$ параллелен:
   а) оси абсцисс; б) оси ординат?
7. Решите уравнение $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = -1$ в целых числах. Укажите три различных целочисленных решения этого уравнения.
8. Постройте график уравнения $(y - x + 1)(y - x^2) = 0$. Сколько точек пересечения имеет график данного уравнения с прямой, параллельной оси абсцисс?

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 24

§ 18. Системы линейных уравнений и способы их решения

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Если требуется найти все общие решения двух уравнений, то говорят, что нужно решить *систему уравнений*.

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное числовое равенство.

Основные способы решения систем уравнений с двумя переменными: *графический способ*, *способ подстановки* и *способ сложения*.

Подготовительный вариант

1. Является ли пара чисел (3; −4) решением системы:

а) $\begin{cases} 2x + y = 2, \\ 5x^2 + 5xy + y^2 = x + y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x + 5y = 1, \\ 1 - xy = -11? \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x + 2y = -3, \\ \dfrac{1}{3}x + 2y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 4x - 2y = 14. \end{cases}$

3. Решите систему графическим способом: $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$

4. Найдите значение выражения $2x + 5y$, если $x - 2y = 15$ и $2x + 3y = 16$.

5. При каких значениях параметров a и b решением системы $\begin{cases} 2x - ay = b - 2, \\ ax - 3y = b + 2 \end{cases}$ является пара чисел (2; −3)?

6. Найдите, при каком отрицательном значении параметра k система $\begin{cases} 2x + ky = 5, \\ kx + 2y = 6 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Решите уравнение $4x^2 + 4xy + y^2 + (x + 1)^2 = 0$.

Вариант 1

1. Является ли пара чисел (−1; 2) решением системы:

а) $\begin{cases} 2x - 3y = -8, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = -3, \\ 1 - xy = -2? \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x + 5y = 7, \\ 2x + 3y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 5x + 2y = 8. \end{cases}$

3. Решите систему графическим способом: $\begin{cases} 2x + 3y = 12, \\ x - y = 1. \end{cases}$

4. Найдите значение выражения $6x - 5y$, если $x + 3y = 6$ и $2x - y = 5$.

5. При каких значениях параметров a и b решением системы $\begin{cases} ax + 3y = 9b, \\ 5x - ay = b \end{cases}$ является пара чисел $(1; -1)$?

6. Найдите все значения параметра k, при которых система $\begin{cases} 2x - ky = 5, \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Решите уравнение $4x^2 - 4xy + y^2 + (x + 1)^2 = 0$.

Вариант 2

1. Является ли пара чисел $(2; -1)$ решением системы:

а) $\begin{cases} 3x + 2y = 4, \\ 4x^2 + 4xy - y^2 = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 1 - xy = -1? \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x + 3y = 7, \\ 3x + 2y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + 5y = 1, \\ 3x - y = -7. \end{cases}$

3. Решите систему графическим способом: $\begin{cases} 3x + 2y = 12, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$

4. Найдите значение выражения $2x + 5y$, если $x + 2y = 1$ и $3x + 4y = -1$.

5. При каких значениях параметров a и b решением системы $\begin{cases} ax + y = b, \\ 4x + ay = 2b \end{cases}$ является пара чисел $(-1; 2)$?

6. Найдите все значения параметра k, при которых система $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ kx + 2y = 3 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Решите уравнение $x^2 - 4xy + 4y^2 + (y - 1)^2 = 0$.

Вариант 3

1. Является ли пара чисел $(1; -2)$ решением системы:

а) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ 2x^2 - xy + y^2 = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ 2xy + 5 = 1? \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ 4x + 3y = -2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 2y = 3, \\ 2x + 7y = 6. \end{cases}$

3. Решите систему графическим способом: $\begin{cases} y - x = 3, \\ 2x - y = -4. \end{cases}$

4. Найдите значение выражения $2x + 5y$, если $2y - x = 4$ и $3x + y = -5$.

5. При каких значениях параметров a и b решением системы $\begin{cases} x + ay = b - 1, \\ ax - 2y = 2b \end{cases}$ является пара чисел $(2; -1)$?

6. Найдите, при каком положительном значении параметра k система $\begin{cases} x + 2ky = -1, \\ 2kx + y = 1 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Решите уравнение $4x^2 + 4xy + y^2 + (x - 2)^2 = 0$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА № 25

§ 18. Системы линейных уравнений и способы их решения

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

При решении задач с помощью системы уравнений с несколькими переменными поступают следующим образом:

обозначают неизвестные числа буквами;

составляют систему уравнений, используя условие задачи;

решают эту систему;

истолковывают результат в соответствии с условием задачи.

При решении задач с помощью системы уравнений с несколькими переменными, как правило, составляют столько уравнений, сколько введено неизвестных.

Подготовительный вариант

1. Решите систему уравнений методом сложения:

а) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x + y = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 3y = 8, \\ 2x - y = 6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 6y = 26, \\ 5x + 3y = 1. \end{cases}$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.
Скорость моторной лодки по течению реки равна 14,3 км/ч, а против течения реки — 12,1 км/ч. Найдите скорость течения реки и собственную скорость лодки.
3. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точки $M(2;\ 1)$ и $N(6;\ -1)$.
4. Масса туриста с рюкзаком в 5 раз больше массы одного рюкзака. Определите массы рюкзака и туриста в отдельности, если сумма масс двух рюкзаков и массы туриста равна 120 кг.
5. Разность квадратов двух натуральных чисел равна 21, а сумма этих чисел равна 7. Найдите эти числа.
6. Решите систему $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ x + y + 2z = 2, \\ x - y - z = 3. \end{cases}$
7. Решите уравнение $x^2 + 2xy + y^2 + |x - y + 2| = 0$.

Вариант 1

1. Решите систему уравнений способом сложения:
а) $\begin{cases} 2x + y = 13, \\ 3x - y = -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 3x - 11y = -2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 5y = 21, \\ 5x - 3y = 1. \end{cases}$
2. Решите задачу, составив систему уравнений.
Скорость теплохода по течению реки равна 45,2 км/ч, а против течения реки — 36,2 км/ч. Найдите скорость течения реки и собственную скорость теплохода.
3. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точки $M(2;\ 6)$ и $N(-2;\ -2)$.
4. В первый день в школьную библиотеку привезли 4 пачки учебников по геометрии и 3 пачки учебников по алгебре: всего 96 книг. Во второй день привезли 5 пачек учебников по геометрии и 6 пачек учебников по алгебре, причем учебников по геометрии на 3 больше, чем по алгебре. Сколько учебников по геометрии привезли в библиотеку?
5. Разность квадратов двух натуральных чисел равна 25, сумма этих чисел равна 25. Найдите эти числа.
6. Решите систему $\begin{cases} x + y + z = 5, \\ 2x - y + 2z = 4, \\ 3x - 2y - z = 1. \end{cases}$
7. Решите уравнение $x^2 - 2xy + y^2 + |x + y + 2| = 0$.

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом сложения:

а) $\begin{cases} 3x + y = 17, \\ 4x - y = -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 8y = 14, \\ 3x + 5y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x + 3y = 24, \\ 5x - 7y = -13. \end{cases}$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.
Скорость моторной лодки по течению реки равна 25,6 км/ч, а против течения реки — 16,2 км/ч. Найдите скорость течения реки и собственную скорость лодки.
3. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точки $M(-2; -5)$ и $N(1; 1)$.
4. В магазин привезли 3 коробки с пачками чая и 4 коробки с пачками кофе, всего 76 пачек. В другой день привезли 6 таких же коробок чая и 5 коробок кофе, причем чая на 22 пачки больше. Сколько пачек чая привезли?
5. Разность квадратов двух натуральных чисел равна 64, а разность этих чисел равна 2. Найдите эти числа.
6. Решите систему $\begin{cases} x + y + z = 5, \\ 2x - y + z = 2, \\ 3x - 2y + z = 1. \end{cases}$
7. Решите уравнение $x^2 - 4xy + 4y^2 + |x + y - 3| = 0$.

Вариант 3

1. Решите систему уравнений методом сложения:

а) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 4y = -1, \\ 3x - y = 8; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 8x + 3y = -21, \\ 4x + 5y = -7. \end{cases}$

2. Решите задачу, составив систему уравнений.
Скорость моторной лодки по течению реки равна 17,7 км/ч, а против течения реки — 14,9 км/ч. Найдите скорость течения реки и собственную скорость лодки.
3. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точки $M(2; 2)$ и $N(-1; -4)$.
4. Шесть метров новой веревки имеют такую же массу, как и пять метров старой. Найдите массу одного метра новой и старой веревки в отдельности, если 13 м новой и 12 м старой веревки вместе весят 5 кг 480 г.

5. Разность квадратов двух натуральных чисел равна 24, а сумма этих чисел равна 12. Найдите эти числа.

6. Решите систему $\begin{cases} 2x + y + z = 2, \\ x - 2y - z = -1, \\ 3x + y + 2z = 1. \end{cases}$

7. Решите уравнение $x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 4y + 4 + |x + y| = 0.$

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Глава 1. **Выражение и множество его значений**

Подготовительный вариант

1. Запишите в виде выражения произведение частного переменных a и b и их разности.
2. Даны множества $A = \{x|x \in \mathbf{Z},\ x^2 < 16\}$ и $B = \{x|x \in \mathbf{Z},\ |x| \leqslant 4\}$. Задайте эти множества перечислением. Какое из высказываний верно: $A \subset B$ или $B \subset A$? Изобразите связь между этими множествами с помощью кругов Эйлера.
3. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(2{,}5 + 3\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{5}{25}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{6}{7}\right) : 1\frac{3}{7}}$. Какому из множеств $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$ или $\mathbf{Q}$ принадлежит значение этого выражения?
4. Сравните значения выражений $\left(x + \frac{5}{9}\right)\left(x - \frac{5}{9}\right)$ и $x + \frac{5}{9}\left(x - \frac{5}{9}\right)$ при $x = \frac{2}{3}$.
5. Составьте таблицу значений выражения $\dfrac{3|a| - 2a^2}{2 - |a|}$ для всех целых значений переменной a, удовлетворяющих неравенству $|a| \leqslant 3$, с шагом 1. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?
6. Известно, что $a + b = 5$, $c = -8$. Найдите:

   а) $a + b - 2c$;   б) $\dfrac{a + b}{c - a - b}$.

Вариант 1

1. Запишите в виде выражения произведение частного переменных a и b и их суммы.

2. Даны множества $A = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ x^2 < 9\}$ и $B = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ |x| \leqslant 3\}$. Задайте эти множества перечислением. Какое из высказываний верно: $A \subset B$ или $B \subset A$? Изобразите связь между этими множествами с помощью кругов Эйлера.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(1{,}5 + 2\frac{2}{3}\right) : 1\frac{7}{8}}{\left(\frac{5}{6} - \frac{7}{8}\right) \cdot 26\frac{2}{3}}$. Какому из множеств $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Z}$ или $\boldsymbol{Q}$ принадлежит значение этого выражения?

4. Сравните значения выражений
$\left(x + \dfrac{5}{6}\right)\left(x - \dfrac{5}{6}\right)$ и $x + \dfrac{5}{6}\left(x - \dfrac{5}{6}\right)$ при $x = \dfrac{4}{9}$.

5. Составьте таблицу значений выражения $\dfrac{a - 2a^2}{1 - |a|}$ для всех целых значений переменной a, удовлетворяющих неравенству $|a| \leqslant 3$, с шагом 1. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?

6. Известно, что $a + b = -1$, $c = 3$. Найдите:

а) $a + b - 12c$; б) $\dfrac{a + b}{2c - a - b}$.

Вариант 2

1. Запишите в виде выражения частное произведения переменных a и b и их разности.

2. Даны множества $A = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ x^2 \leqslant 9\}$ и $B = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ |x| < 3\}$. Задайте эти множества перечислением. Какое из высказываний верно: $A \subset B$ или $B \subset A$? Изобразите связь между этими множествами с помощью кругов Эйлера.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\frac{2}{7} - \frac{3}{8}\right) \cdot 11{,}2}{\left(3{,}5 + \frac{7}{22}\right) : 3\frac{1}{2}}$. Какому из множеств $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Z}$ или $\boldsymbol{Q}$ принадлежит значение этого выражения?

4. Сравните значения выражений

$$\left(x+\frac{3}{4}\right)\left(x-\frac{3}{4}\right) \text{ и } x+\frac{3}{4}\left(x-\frac{3}{4}\right) \text{ при } x=\frac{2}{5}.$$

5. Составьте таблицу значений выражения $\dfrac{2a-a^2}{2-|a|}$ для всех целых значений переменной a, удовлетворяющих неравенству $|a| \leqslant 3$, с шагом 1. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?

6. Известно, что $a + b = -2$, $c = 2$. Найдите:

а) $a + b + 12c$; б) $\dfrac{a+b}{4c-a-b}$.

Вариант 3

1. Запишите в виде выражения разность частного переменных a и b и квадрата их суммы.

2. Даны множества $A = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ x^2 < 20\}$ и $B = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ |x| \leqslant 5\}$. Задайте эти множества перечислением. Какое из высказываний верно: $A \subset B$ или $B \subset A$? Изобразите связь между этими множествами с помощью кругов Эйлера.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot 2{,}5-\frac{7}{8}}{\frac{5}{12}}-1\frac{1}{4}$. Какому из множеств $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Z}$ или $\boldsymbol{Q}$ принадлежит значение этого выражения?

4. Сравните значения выражений

$$\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right) \text{ и } x+\frac{2}{3}\left(x-\frac{2}{3}\right) \text{ при } x=-\frac{3}{4}.$$

5. Составьте таблицу значений выражения $\dfrac{a^2+a-2}{1-|a|}$ для всех целых значений переменной a, удовлетворяющих неравенству $|a| \leqslant 3$, с шагом 1. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?

6. Известно, что $\dfrac{a}{b} = 2$, $c = 3$. Найдите:

а) $\dfrac{a}{bc}$; б) $\dfrac{abc}{2a^2}+\dfrac{ac}{b}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Глава 2. **Одночлены**

Подготовительный вариант

1. Вычислите:

а) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \left(1\frac{1}{4}\right)^2$; б) $-3^4 \cdot \frac{5}{54} + \left(-\frac{2}{7}\right)^0$.

2. Выполните умножение степеней:
а) $a^{37} \cdot a^{19}$; б) $a^{37} \cdot a$; в) $a \cdot a^{m-1} \cdot a^{12}$, $m \in N$.

3. Выполните деление степеней:
а) $a^{37} : a^{19}$; б) $a^{37} : a$; в) $a^{37} : a^{29} : a^n$, $n \in Z$, $0 \leqslant n \leqslant 8$.

4. Возведите степень в степень:
а) $(a^{37})^{11}$; б) $((a^{37})^{11})^m$, $m \in Z$, $m \geqslant 0$.

5. Найдите значение выражения:

а) $\frac{25^6 \cdot 125^2}{5^{17}}$; б) $\frac{12^4}{2^5 \cdot 6^3}$.

6. Упростите выражение:
а) $(-(-x^6)^5)^3$; б) $(-2x^n y)^5 \cdot (x^2 y^n)^2$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$.

7. Укажите все натуральные значения переменных m и n, при которых степень одночлена $\left(-\frac{5}{9}\right)^3 x^m y^{2n+1}$ равна 4.

8. При каких значениях x верно равенство:
а) $(-7)^{5x+2} = 1$; б) $(-7)^{|x|-2} = -7$?

9. Докажите, что при любом $n \in N$ равенство $8^{2n} + 4^{3n} = 2^{6n+1}$ является тождеством.

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{2^3}{3} - \frac{2}{(-3)^3}$; б) $5^2 - (-3)^2 - (-1)^0$.

2. Выполните умножение степеней:
а) $a^{17} \cdot a^{21}$; б) $a^{17} \cdot a$; в) $a \cdot a^n \cdot a^{12}$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$.

3. Выполните деление степеней:
а) $a^{21} : a^{17}$; б) $a^{21} : a$; в) $a^{21} : a^{17} : a^n$, $n \in Z$, $0 \leqslant n \leqslant 4$.

4. Возведите степень в степень:
а) $(a^{11})^{23}$; б) $((a^{11})^{23})^n$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$.

5. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{12^6}{3^5 \cdot 2^{11}}$; б) $\dfrac{5^8 \cdot 125}{25^5}$.

6. Упростите выражение:

а) $(-(-x^3)^4)^5$; б) $(2x^n y^3)^4 \cdot (-x^3 y^n)^3$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$.

7. Укажите все натуральные значения переменных m и n, при которых степень одночлена $-6^3 y^{2m} y^n$ равна 5.

8. При каких значениях x верно равенство:

а) $(-3)^{2x-1} = 1$; б) $(-3)^{|x|-1} = -3$?

9. Докажите, что значение выражения $91^{10} + 42^{10} - 85^{10}$ делится на 10.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^3 + \dfrac{3^3}{4} - \dfrac{3}{(-4)^3}$; б) $5^2 - (-4)^2 + (-1)^0$.

2. Выполните умножение степеней:

а) $a^{27} \cdot a^{13}$; б) $a^{27} \cdot a$; в) $a \cdot a^m \cdot a^{27}$, $m \in Z$, $m \geqslant 0$.

3. Выполните деление степеней:

а) $a^{23} : a^{18}$; б) $a^{23} : a$; в) $a^{23} : a^{18} : a^m$, $m \in Z$, $0 \leqslant m \leqslant 5$.

4. Возведите степень в степень:

а) $(a^{11})^{32}$; б) $((a^{11})^{32})^m$, $m \in Z$, $m \geqslant 0$.

5. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{20^{10}}{5^{10} \cdot 2^{19}}$; б) $\dfrac{5^{12} \cdot 125}{25^7}$.

6. Упростите выражение:

а) $(-(-x^5)^4)^3$; б) $(-2x^n y^2)^3 \cdot (x^4 y^n)^4$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$.

7. Укажите все натуральные значения переменных m и n, при которых степень одночлена $\left(-\dfrac{2}{7}\right)^3 x^m y^{2n}$ равна 5.

8. При каких значениях x верно равенство:

а) $(-5)^{4x-2} = 1$; б) $(-5)^{|x|-1} = -5$?

9. Докажите, что значение выражения $91^{12} + 42^{10} - 75^{11}$ делится на 10.

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\left(-\dfrac{4}{3}\right)^3 + \dfrac{4^3}{3} - \dfrac{4}{(-3)^3}$; б) $5^2 + 12^2 - (-13)^2 - (-15)^0$.

2. Выполните умножение степеней:

а) $a^{77} \cdot a^{22}$; б) $a^{77} \cdot a$; в) $a \cdot a^n \cdot a^{22}$, $n \in \mathbf{Z}$, $n \geqslant 0$.

3. Выполните деление степеней:

а) $a^{71} : a^{17}$; б) $a^{71} : a$; в) $a^{71} : a^{17} : a^n$, $n \in \mathbf{Z}$, $0 \leqslant n \leqslant 54$.

4. Возведите степень в степень:

а) $(a^{11})^{47}$; б) $((a^{11})^{47})^n$, $n \in \mathbf{Z}$, $n \geqslant 0$.

5. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{12^9}{3^8 \cdot 8^6}$; б) $\dfrac{16^9 \cdot 5^{19}}{20^{20}}$.

6. Упростите выражение:

а) $(-(-x^{13})^6)^5$; б) $(2x^{n+1}y)^4 \cdot (-xy^{n+1})^3$, $n \in \mathbf{Z}$, $n \geqslant -1$.

7. Укажите все натуральные значения переменных m и n, при которых степень одночлена $-6^3y^{2m}y^n$ равна 7.

8. При каких значениях x верно равенство:

а) $15^{x-2} = 1$; б) $(-15)^{|x|-1} = -15$?

9. Докажите, что значение выражения $91^{91} + 42^{42} + 85^{85}$ делится на 10.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Глава 3. **Многочлены**

Подготовительный вариант

1. Упростите выражение:

а) $(8a - 3a^2 + 1) - (a - 3a^2)$; б) $2ab(a + b) - ab(a - b)$.

2. Замените выражение M многочленом так, чтобы получилось тождество:

а) $M + (3xy - 2y^2) = x^2 + xy - y^2$;

б) $M - (4xy + 3y^2) = x^2 + xy - y^2$.

3. В первый день турист прошел x км, а в каждый последующий проходил на y км больше, чем в предыдущий.

Запишите в виде буквенного выражения, какое расстояние прошел турист:

а) за три дня; б) за третий и четвертый дни.

4. Докажите, что выражение $5x(2 - x) - (x + 1)(x + 9) + 9$ принимает лишь неположительные значения.

5. Упростите выражение $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 - 8) + 64$ и найдите его значение при таких значениях переменной, для которых верно равенство $|x| = 1$.

6. Приведите многочлен $\frac{1}{3}aab + ab(-a)^2 - (-a)\frac{2}{3}ab - \frac{1}{2}a^3b +$ $+ (-ab)a$ к стандартному виду и найдите его значение при $a = -2$, $b = 11$.
7. Задайте перечислением множество коэффициентов многочлена, тождественно равного выражению
$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 1)(x^2 - 2)$.

Вариант 1

1. Упростите выражение:
а) $(a^2 - 2a + 6) - (a - 2a^2)$; б) $2a^2b(a + 3b) - 3a^2b(a - 2b)$.
2. Замените выражение M многочленом так, чтобы получилось тождество:
а) $M + (2xy + x^2) = 2x^2 + xy - 2y^2$;
б) $M - (x^2 - 2xy + 3y^2) = x^2 + xy - y^2$.
3. От пристани вниз по течению реки отошел катер, а через 3 ч после этого против течения реки отошел второй катер. Собственная скорость каждого катера равна v км/ч, скорость течения реки — w км/ч.
Запишите в виде выражения, каково будет расстояние между катерами через 2 ч после начала движения второго катера.
4. Докажите, что выражение $2x(3 - x) - (x + 1)(x + 5) + 4$ принимает лишь отрицательные значения.
5. Упростите выражение $(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^3 + 1) + 1$ и найдите его значение при таких значениях переменной, для которых верно равенство $|x| = 2$.
6. Приведите многочлен $4b \cdot ab + (-1)^{2003} \cdot b \cdot (-a)^3 - a \cdot (-2b)^2 -$ $- a^3b + (-ab)a$ к стандартному виду и найдите его значение при $a = -2$, $b = 7$.
7. Дано множество A = {0; 1; −1; 2; −2; 3; −3; 4; ...; 2003}. Сколько элементов содержит это множество?

Вариант 2

1. Упростите выражение:
а) $(a + 2a^2 - 4) - (2a - 3a^2)$; б) $2a^2b(2a - 3b) - a^2b(a - 2b)$.
2. Замените выражение M многочленом так, чтобы получилось тождество:
а) $M + (xy - 3x^2) = 2x^2 + 3xy - y^2$;
б) $M - (2x^2 - 3xy - y^2) = x^2 - 4xy - 4y^2$.

3. От пристани вверх по реке отошел катер, а через 2 ч после этого вниз по течению реки отошел второй катер. Собственная скорость каждого катера равна v км/ч, а скорость течения реки — w км/ч.

   Запишите в виде выражения, каково будет расстояние между катерами через 3 ч после начала движения второго катера.
4. Докажите, что выражение $3x(1 - 2x) - (x + 2)(x + 1) + 1$ принимает лишь отрицательные значения.
5. Упростите выражение $(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^3 - 1) + 1$ и найдите его значение при таких значениях переменной, для которых верно равенство $|x| = 2$.
6. Приведите многочлен $(-ab) \cdot a + 9b \cdot ab + (-1)^{2004} \cdot b \cdot (-a)^4 - a \cdot (-3b)^2 - a^4b$ к стандартному виду и найдите его значение при $a = -3$, $b = 5$.
7. Дано множество А = $\{1; -1; 2; -2; 3; -3; 4; ...; 2004\}$. Сколько элементов содержит это множество?

Вариант 3

1. Упростите выражение:

   а) $(2a^2 - 3a + 2) - (a - 2a^2)$; б) $3a^2b(a + 2b) - 3ab^2(2a - b)$.
2. Замените выражение M многочленом так, чтобы получилось тождество:

   а) $M + (2xy + 3x^2) = 2x^2 + xy - y^2$;

   б) $M - (x^2 + xy + 3y^2) = x^2 + xy - 2y^2$.
3. От пристани вниз по течению реки отошел катер, а через 3 ч после этого против течения реки отошел второй катер. Собственная скорость каждого катера равна v км/ч, скорость течения реки — w км/ч.

   Запишите в виде выражения, каково будет расстояние между катерами через 5 ч после начала движения первого катера.
4. Докажите, что выражение $3x(4 - 2x) - 4(x + 1)(2x + 1) + 3$ принимает лишь отрицательные значения.
5. Упростите выражение $2 - (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^3 + 1)$ и найдите его значение при таких значениях переменной, для которых верно равенство $|x| = 2$.
6. Приведите многочлен $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) - (x^2 + 1)^2$ к стандартному виду и найдите его значение при $x = -1$.
7. Найдите сумму коэффициентов многочлена, тождественно равного выражению $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) - (x^2 - 3x + 1)^2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Глава 4. **Уравнения**

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение:
   а) $7x - (3x - 4) = 2(3x + 1)$; б) $2(0{,}5x + 7) = 8(0{,}125x - 3)$.
2. Одна из сторон треугольника на 1,7 см больше другой и в 1,2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 23,9 см.
3. Решите уравнение:
   а) $(x + 3)(4x - 2) - 2x(2x + 1) - 12 = 0$;
   б) $\frac{2x - 1}{6} - \frac{3 - x}{4} = 6 - x$.
4. В 15 пакетов и 5 коробок расфасовали 2 кг 400 г конфет. В каждую коробку уместилось на 20 г конфет больше, чем в пакет. Сколько граммов конфет было в каждом пакете и в каждой коробке?
5. При каком значении параметра a уравнения $2x - 5 = 7 + x$ и $2a + 4x = 3$ равносильны?
6. При каких значениях m и n уравнение $(3m + 5)x = 4 - 2n$ не имеет корней?
7. Первый сплав весом 25 кг содержит 84% серебра, а второй весом 12,5 кг содержит 72% серебра. Какой процент серебра получится, если сплавить два эти сплава?

Вариант 2

1. Решите уравнение:
   а) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1)$; б) $4(0{,}25x - 6) = 8(0{,}125x + 3)$.
2. Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой и в 2 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 22 см.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(2x + 3)(4x - 3) - 2x(4x + 1) - 17 = 0$;
   б) $\frac{5x - 1}{4} - \frac{x - 2}{3} = 10 - x$.
4. На одном складе 185 т угля, а на другом — 237 т. Первый склад отпускал ежедневно по 15 т угля, а второй — по 18 т. Через сколько дней на втором складе угля будет в полтора раза больше, чем на первом?

5. При каком значении параметра a уравнения $3x - 3 = 7 + x$ и $a - 3x = 1$ равносильны?
6. При каких значениях m и n уравнение $(m - 2)x = n + 1$ имеет бесконечное множество корней?
7. Собрали 100 кг грибов, влажность которых составила 99%. Когда грибы подсушили, их влажность снизилась до 98%. Какой стала их масса?

Вариант 2

1. Решите уравнение:
   а) $10x - (2x - 4) = 4(3x - 2)$; б) $16(0{,}25x - 1) = 5(0{,}8x - 3{,}2)$.
2. Одна из сторон треугольника на 6 см меньше другой и на 9 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 33 см.
3. Найдите множество корней уравнения:
   а) $(3x - 2)(2x + 3) - 2x(3x + 1) - 18 = 0$;
   б) $\dfrac{3x - 1}{5} - \dfrac{5x + 1}{6} = -2$.
4. В одном элеваторе было зерна в 2 раза больше, чем в другом. Из первого элеватора вывезли 750 т зерна, а во второй элеватор привезли 350 т, после чего в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько тонн зерна было первоначально в каждом элеваторе?
5. При каком значении параметра b уравнения $4x - 1 = 5 + x$ и $5x - b = 3$ равносильны?
6. При каких значениях m и n уравнение $(m + 3)x = n - 1$ не имеет корней?
7. Собрали 100 кг ягод. После сортировки 60% собранных ягод было отправлено в магазин для продажи. В магазине 11% поступивших ягод испортилось, поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов ягод было продано?

Вариант 3

1. Решите уравнение:
   а) $11x - (2 - x) = 3(4x + 1)$; б) $\dfrac{0{,}5x + 1}{2} = \dfrac{x + 2}{4}$.
2. Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой и в 1,25 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 41 см.

3. Найдите множество корней уравнения:

а) $(4 - x)(2x + 3) - (3 + x)(1 - 2x) + 6 = 0$;

б) $\frac{3x + 1}{4} - \frac{x - 2}{5} = x + 2$.

4. В 5 больших и 11 маленьких коробок разложили 156 карандашей. В большую коробку помещалось на 12 карандашей больше, чем в маленькую. Сколько карандашей было в маленькой и сколько в большой коробке?

5. При каком значении параметра a уравнения $3 - 2x = -4x$ и $a + 3x = 1$ равносильны?

6. При каких значениях m и n уравнение $(m - 1)x = n + m$ имеет бесконечное множество корней?

7. Грибы при сушке теряют 80% своей массы. Сколько надо взять свежих грибов, чтобы получить 2 кг сушеных?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Глава 5. **Разложение многочленов на множители**

Подготовительный вариант

1. Разложите на множители выражение:

а) $4x - 6x^3$;

б) $4x - 2xy - 2a + ay$;

в) $5(x - 3) - 3(3 - x)^2$.

2. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом: $0{,}73^2 + 0{,}27 \cdot 0{,}73 + 0{,}27$.

3. Докажите, что выражение $12^5 - 18^4$ кратно:

а) 37; б) 111.

4. Найдите множество корней уравнения:

а) $2x^2 - x = 0$;

б) $5(x - 3) - (6 - 2x)^2 = 0$;

в) $12x^3 - 18x^2 + 10x - 15 = 0$.

5. Произведение двух последовательных натуральных чисел равно 56. Найдите меньшее число.

6. Сравните наибольший корень уравнения $x^2 + 5x + 6 = 0$ с наименьшим корнем уравнения $4x - x \cdot |x| = 0$.

5. Решите уравнение $by + y = b^2 + 3b + 2$ относительно переменной y в зависимости от параметра b.

Вариант 1

1. Разложите на множители выражение:
   а) $10x - 5x^2$;
   б) $2x - 8y - ax + 4ay$;
   в) $4(5 - x)^2 - 3(x - 5)$.
2. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:
   $0{,}38^2 + 1{,}42 \cdot 0{,}38 + 1{,}8 \cdot 4{,}62$.
3. Найдите все простые делители значения выражения $10^5 - 15^4$.
4. Найдите множество корней уравнения:
   а) $7x^2 - x = 0$;
   б) $(6 - 2x)^2 = 3x - 9$;
   в) $2x^3 - 8x^2 + 5x - 20 = 0$.
5. Разность двух натуральных чисел равна 1, а их произведение равно 42. Найдите сумму этих чисел.
6. Сравните меньший корень уравнения $x^2 - 6x + 5 = 0$ с большим корнем уравнения $x \cdot |x| - 2x = 0$.
7. Решите уравнение $(a^2 + 4a) \cdot x = a + 5x + 5$ относительно переменной x в зависимости от параметра a.

Вариант 2

1. Разложите на множители выражение:
   а) $12x + 4x^2$;
   б) $10a - 5b - 2ax + bx$;
   в) $3(4 - x)^2 - 4(x - 4)$.
2. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:
   $0{,}67^2 + 2{,}13 \cdot 0{,}67 + 2{,}8 \cdot 4{,}33$.
3. Найдите все простые делители значения выражения $10^6 - 15^5$.
4. Найдите множество корней уравнения:
   а) $5x^2 + x = 0$;
   б) $(6 - 3x)^2 = 4x - 8$;
   в) $2x^3 - 10x^2 + 3x - 15 = 0$.
5. Разность двух натуральных чисел равна 1, а их произведение равно 72. Найдите сумму этих чисел.
6. Сравните меньший корень уравнения $x^2 - 7x + 6 = 0$ с большим корнем уравнения $x \cdot |x| - x = 0$.
7. Решите уравнение $(a^2 - 4a) \cdot x = a - 3x - 3$ относительно переменной x в зависимости от параметра a.

Вариант 3

1. Разложите на множители выражение:
   а) $36x^2 - 24x^4$;
   б) $4ax - 6ay^2 + 6x - 9y^2$;
   в) $3(x - 3)^2 + 2x(3 - x) = 0$.
2. Найдите значение выражения наиболее рациональным способом:
   $5{,}72^2 - 4{,}6 \cdot 0{,}72 - 1{,}12 \cdot 5{,}72$.
3. Докажите, что значение выражения $8^6 - 12^5$ кратно:
   а) 8; б) 13.
4. Найдите множество корней уравнения:
   а) $3x^2 - 0{,}5x = 0$;
   б) $(4 - 2x)^2 = 3x - 6$;
   в) $2x^3 - x^2 + 6x - 3 = 0$.
5. Разность двух натуральных чисел равна 4, а их произведение равно 96. Найдите сумму этих чисел.
6. Сравните больший корень уравнения $x^2 - x - 12 = 0$ с меньшим корнем уравнения $2x \cdot |x| - 7x = 0$.
7. Решите уравнение $a^2x - 4 = 2ax - 2a$ относительно переменной x в зависимости от параметра a.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Глава 6. **Формулы сокращенного умножения**

Подготовительный вариант

1. Преобразуйте выражение в многочлен:
   а) $(3x - 5a)(5a - 3x)$;
   б) $(3x - 5a)^2$;
   в) $(3x - 5a)^3$;
   г) $(3x - 5y + 2)^2$;
   д) $(3x - 5y)(9x^2 + 15xy + 25y^2)$.
2. Разложите на множители выражение:
   а) $121a^2 - 81b^2$;
   б) $16x^2 + 49y^2 - 56xy$;
   в) $125x^3 + 27y^3$;
   г) $a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3$;
   д) $a^5 + 32b^5$.
3. При каких значениях переменной значения выражений $x(x - 2)$ и $(x - 3)(x + 3)$ равны?
4. Найдите значение выражения $2a(a^2 + b^2) - a(a - b)^2 + a(a + b)^2$ при $a = -1{,}5$ и $b = -0{,}5$.

5. Решите уравнение:

а) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - x(x + 3)(x - 3) = 10$;

б) $x^3 - 27 - 3x(x - 3) = 0$.

6. Разложите на множители выражение:

а) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$;

б) $28x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

7. Докажите, что многочлен $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 6$ при любых значениях входящих в него переменных принимает положительные значения.

Вариант 1

1. Преобразуйте выражение в многочлен:

а) $(3x - a)(a + 3x)$;

б) $(3x - a)^2$;

в) $(3x - a)^3$;

г) $(3x - y + 2)^2$;

д) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$.

2. Разложите на множители выражение:

а) $144a^2 - 49b^2$;

б) $4x^2 + 49y^2 + 28xy$;

в) $64x^3 + 27y^3$;

г) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$;

д) $a^7 + 128b^7$.

3. При каких значениях переменной значения выражений $x(x + 2)$ и $(x - 4)(x + 4)$ равны?

4. Найдите значение выражения $a(a + b)^2 + 2a(a^2 + b^2) - a(a - b)^2$ при $a = 2{,}5$ и $b = 0{,}5$.

5. Решите уравнение:

а) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x + 5)(x - 5) = 23$;

б) $4x(x + 4) + x^3 + 64 = 0$.

6. Разложите на множители выражение:

а) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac$;

б) $9x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

7. Докажите, что многочлен $x^2 - 4x + y^2 - 4y + 9$ при любых значениях входящих в него переменных принимает положительные значения.

Вариант 2

1. Преобразуйте выражение в многочлен:

а) $(x - 5a)(5a + x)$;

б) $(x - 5a)^2$;

в) $(x - 5a)^3$;

г) $(x - 5y + 2)^2$;

д) $(x - 5y)(x^2 + 5xy + 25y^2)$.

2. Разложите на множители выражение:

а) $36a^2 - 169b^2$;

б) $25x^2 + 64y^2 - 80xy$;

в) $125x^3 - 27a^3$;

г) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$;

д) $128a^7 + b^7$.

3. При каких значениях переменной значения выражений $x(x-4)$ и $(x-6)(x+6)$ равны?
4. Найдите значение выражения $3(4a-b)^2 - 2(a-b)(a+b) + 4(a+3b)^2$ при $a=-0{,}2$ и $b=-1$.
5. Решите уравнение:
   а) $(x+2)(x^2-2x+4) - x(x+2)(x-2) = 12$;
   б) $x^3 + 8 + 2x(x+2) = 0$.
6. Разложите на множители выражение:
   а) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac$;
   б) $9x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.
7. Докажите, что многочлен $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$ при любых значениях входящих в него переменных принимает положительные значения.

Вариант 3

1. Преобразуйте выражение в многочлен:
   а) $(3x-2a)(2a+3x)$;
   б) $(3x-a)^2$;
   в) $(3x-2a)^3$;
   г) $(3x-2y+1)^2$;
   д) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$.
2. Разложите на множители выражение:
   а) $16a^2 - 225b^2$;
   б) $121x^2 + 9y^2 - 66xy$;
   в) $\frac{1}{8}x^3 - 125a^3$;
   г) $a^3 - 6a^2x + 12ax^2 - 8x^3$;
   д) $a^5 - \frac{1}{32}b^5$.
3. При каких значениях переменной разность квадратов выражений $2x$ и 3 равна квадрату их разности?
4. Найдите значение выражения $2a(a^2+b^2) - a(a-b)^2 + a(a+b)^2$ при $a=-1{,}5$ и $b=-0{,}25$.
5. Решите уравнение:
   а) $(x+1)(x^2-x+1) - x(x+2)(x-2) = 3$;
   б) $x^3 - 8 = 2x(x-2)$.
6. Разложите на множители выражение:
   а) $a^2 + b^2 + 4 + 2ab - 4b - 4a$;
   б) $28x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.
7. Докажите, что многочлен $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 15$ при любых значениях входящих в него переменных принимает положительные значения.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Глава 7. **Функции**

Подготовительный вариант

1. Найдите значение функции:
   а) $y = x^3 + 2x^2 - 5x + 3$ при $x = -1$;
   б) $y = \dfrac{7t + 2}{14t - 3}$ при $t = \dfrac{2}{7}$.
2. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -1{,}7x - 51$ с осями координат.
3. В одной системе координат постройте графики функций $y = \dfrac{1}{4}x - 2$, $y = 2{,}5$ и $y = -\dfrac{2}{3}x$.
4. Задайте формулой прямую пропорциональность, если ее график проходит через точку $M(3; -2)$.
5. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -\dfrac{x}{3}$ и $y = x - 4$.
6. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = 2005 - 2004x$ и пересекается с графиком функции $y = 2004x - 1$ в точке, лежащей на оси ординат.
7. Найдите координаты точки, через которую проходят графики функций $y = kx - 2k - 3$ при любых значениях параметра k.

Вариант 1

1. Найдите значение функции:
   а) $y = x^2 - 5x + 3$ при $x = -1$;
   б) $y = \dfrac{3t + 2}{6t - 1}$ при $t = \dfrac{1}{3}$.
2. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 36x - 18$ с осями координат.
3. В одной системе координат постройте графики функций $y = -\dfrac{3}{4}x + 2$, $y = -1$ и $y = -2{,}5x$.
4. Задайте формулой прямую пропорциональность, если ее график проходит через точку $M(-1; 4)$.

5. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = \frac{x}{2}$ и $y = 3x - 5$.
6. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = 2x + 2004$ и пересекается с графиком функции $y = x - 3$ в точке, лежащей на оси ординат.
7. Найдите координаты точки, через которую проходят графики функций $y = 2 - k - kx$ при любых значениях параметра k.

Вариант 2

1. Найдите значение функции:
   а) $y = x^2 + 3x - 1$ при $x = -1$;
   б) $y = \frac{2t + 1}{4t - 1}$ при $t = \frac{1}{2}$.
2. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -42x + 21$ с осями координат.
3. В одной системе координат постройте графики функций $y = \frac{2}{3}x - 3$, $y = 3$ и $y = -0{,}25x$.
4. Задайте формулой прямую пропорциональность, если ее график проходит через точку $M(1; -3)$.
5. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -\frac{x}{3}$ и $y = 12 - x$.
6. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = -x + 2004$ и пересекается с графиком функции $y = 5x + 1$ в точке, лежащей на оси ординат.
7. Найдите координаты точки, через которую проходят графики функций $y = 1 - k + kx$ при любых значениях параметра k.

Вариант 3

1. Найдите значение функции:
   а) $y = 2x^3 - 2x^2 - x + 3$ при $x = -1$;
   б) $y = \frac{2 - 3x}{6x + 1}$ при $x = -\frac{2}{3}$.
2. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = 1{,}3x - 39$ с осями координат.
3. В одной системе координат постройте графики функций $y = -2x + 3$, $y = -3{,}5$ и $y = \frac{3x}{4}$.

4. Задайте формулой прямую пропорциональность, если ее график проходит через точку $M(0,5; -0,25)$.
5. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = \frac{2}{3}x$ и $y = -0,5x + 3,5$.
6. Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен графику функции $y = 1 - 2001x$ и пересекается с графиком функции $y = 2001x + 2$ в точке, лежащей на оси ординат.
7. Найдите координаты точки, через которую проходят графики функций $y = kx + 3k + 1$ при любых значениях параметра k.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Глава 8. **Системы линейных уравнений**

Подготовительный вариант

1. Решите систему уравнений и выполните проверку:
$$\begin{cases} x + 4y = 11, \\ 2x + 3y = 7. \end{cases}$$
2. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$, если известно, что $(a; b)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x + 4y = 7, \\ x - 2y = -5. \end{cases}$
3. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений
$$\frac{x - 2y}{3} + \frac{2x + y}{6} = 1 \text{ и } \frac{2y - x}{6} + \frac{2x + y}{2} = \frac{2}{3}.$$
4. Из порта одновременно в противоположных направлениях вышли два катера. Через 3 ч расстояние между ними составило 96 км. Найдите скорость первого катера, если она на 10 км/ч больше скорости второго катера.
5. Запишите уравнение прямой $ax + by = c$ (где a, b, c — целые числа), проходящей через точки $M(-1; 1)$ и $N(4; -1)$.
6. Найдите все значения p, при которых система
$\begin{cases} x - y = 1, \\ y - x = 1 - 2p^2 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Четыре одинаковых насоса, работая вместе, наполнили нефтью первый танкер и треть второго танкера (другого объема) за 11 ч. Если бы три насоса наполнили первый танкер, а затем один из насосов наполнил бы четверть второго танкера, то работа заняла бы 18 ч. За сколько часов три насоса могут наполнить второй танкер?

Вариант 1

1. Решите систему уравнений и выполните проверку:
$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$, если известно, что $(a; b)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2y - 5x = -4. \end{cases}$

3. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений $\frac{y}{4} - \frac{x}{5} = 6$ и $\frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 0$.

4. Моторная лодка прошла по течению реки 8 км, а против течения — 3 км, затратив на весь путь 45 мин. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

5. Запишите уравнение прямой $ax + by = c$ (где a, b, c — целые числа), проходящей через точки $M(2; -5)$ и $N(0; -2)$.

6. Найдите все значения p, при которых система
$\begin{cases} x - y = 1, \\ x - y = 3p^2 - 2 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Три каменщика (разной квалификации) выложили кирпичную стену, причем первый каменщик работал 6 ч, второй — 4 ч, а третий — 7 ч. Если бы первый каменщик работал 4 ч, второй — 2 ч, а третий — 5 ч, то они выполнили бы $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько часов каменщики закончили бы кладку, если бы они работали все вместе одно и то же время?

Вариант 2

1. Решите систему уравнений и выполните проверку:
$$\begin{cases} x + 2y = 8, \\ 3x - y = 3. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$, если известно, что $(a; b)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x - 2y = -3, \\ 3y - 2x = 6. \end{cases}$

3. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений $\frac{y}{6} + \frac{x}{10} = 3$ и $\frac{x}{15} - \frac{y}{9} = 0$.

4. Моторная лодка прошла по течению реки 20 км, а против течения 30 км. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а на весь путь затрачено 6 ч 40 мин.

5. Запишите уравнение прямой $ax + by = c$ (где a, b, c — целые числа), проходящей через точки $M(-4; 8)$ и $N(0; -6)$.

6. Найдите все значения p, при которых система

$\begin{cases} x + y = 3, \\ x + y = 2p^2 + 1 \end{cases}$ не имеет решений.

7. Три бригады вспахали два поля общей площадью 96 га. Первое поле было вспахано за 3 дня, причем все три бригады работали вместе. Второе поле было вспахано за 6 дней второй и третьей бригадами. Если бы все три бригады проработали на втором поле 1 день, то оставшуюся часть второго поля первая бригада могла вспахать за 8 дней. Сколько гектаров в день вспахивает первая бригада?

Вариант 3

1. Решите систему уравнений и выполните проверку:

$$\begin{cases} -3x + y = 2, \\ x - 3y = 2. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$, если известно, что $(a; b)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x - 2y = 7, \\ 2y + x = -1. \end{cases}$

3. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений

$$\frac{x + 2y}{4} - \frac{4x - 2y}{3} = \frac{1}{12} \text{ и } \frac{x + 2y}{6} - \frac{2y - 4x}{4} = 1.$$

4. Моторная лодка плыла по течению реки 3 ч, а на тот же путь против течения реки моторная лодка затратила 5 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 10 км/ч.
5. Запишите уравнение прямой $ax + by = c$ (где a, b, c — целые числа), проходящей через точки $M(1; -1)$ и $N(3; 2)$.
6. Найдите все значения p, при которых система

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ y - x = 1 - 3p^2 \end{cases}$$ не имеет решений.

7. Три одинаковых комбайна, работая вместе, убрали первое поле, а затем два из них убрали второе поле (другой площади). Вся работа заняла 12 ч. Если бы три комбайна выполнили половину всей работы, а затем оставшуюся часть сделал бы один из них, то работа заняла бы 20 ч. За какое время два комбайна могут убрать первое поле?

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение:

а) $\dfrac{6x - 1}{5} - \dfrac{2 - x}{4} = \dfrac{3x + 2}{2}$;

б) $20x - (2x + 1)^2 = 4(x + 2) - (2x - 3)^2$;

в) $7^{4x^2 - 1} = 1$.

2. Запишите множество значений переменной a, при которых выражение $\dfrac{a^2 + 2}{0,5a + 2a^2} + \dfrac{a^2 + a}{81a^2 + 4}$ не имеет смысла.
3. Упростите выражение $\dfrac{(-a^2b)^5 \cdot (4ab^3)^3}{(-8a^6b^7)^2}$ и найдите его значение при $a = -7,8$, $b = 3\dfrac{1}{3}$.
4. Поезд был задержан в пути на 1 ч. Увеличив скорость на 30 км/ч, он через 3 ч прибыл на конечную станцию точно по расписанию. Какова была скорость поезда до остановки?

5. Постройте график функции $y = \begin{cases} -x - 1, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 1, \\ -2, \text{ если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$

По графику определите:

а) наибольшее и наименьшее значения функции;

б) сумму целых значений аргумента, при которых значения функции положительны.

6. Разложите на множители выражение $(a - b)(a + 2b)^2 - (a + b)^3 + b^3$.

7. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x + y = 0$ и $x - y = -3$ и параллельной графику уравнения $7(y - x + 1) - x = 3(2x + 1)$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y - z = 2, \\ x + 2y + z = -1, \\ x - y - 2z = 2. \end{cases}$

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\dfrac{2x}{3} - \dfrac{2x + 1}{6} = \dfrac{3x - 5}{4}$;

б) $6x - (x + 3)^2 = 4x - (x + 2)^2 - 5$;

в) $3^{2x^2 - 2} = 1$.

2. Запишите множество значений переменной a, при которых выражение $\dfrac{a^2 + 2a - 3}{5a - a^2} - \dfrac{a^2 + 3a}{1{,}21a^2 - 49}$ не имеет смысла.

3. Упростите выражение $\dfrac{(-2a^2)^4 \cdot (-ab^2)^3}{8 \cdot (a^3b)^3}$ и найдите его значение при $a = \dfrac{7}{8}$, $b = -1\dfrac{1}{7}$.

4. Пешеход рассчитал, что, двигаясь с определенной скоростью, он пройдет намеченный путь за 2,5 ч. Но, увеличив скорость на 1 км/ч, он прошел этот путь за 2 ч. Найдите длину пути.

5. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 1, \\ 3 - x, \text{ если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$

По графику определите:

а) наибольшее и наименьшее значения функции;

б) сумму целых значений аргумента, при которых значения функции положительны.

6. Разложите на множители выражение
$(a - 2b)(a + b)^2 + (a - b)^3 + 3b^3$.
7. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - y = 2$ и $2y - x = 1$ и параллельной графику уравнения $3(x - y + 1) = x - 2(y + 5)$.
8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y + z = 4, \\ x + y - z = 2, \\ 2x - y + z = 1. \end{cases}$

Вариант 2

1. Решите уравнение:
а) $\dfrac{3 - x}{3} - \dfrac{x + 1}{2} = \dfrac{5x}{4}$;
б) $6x + (x - 3)^2 = 4x + (x - 2)^2 - 5$;
в) $5^{3x^2 - 3} = 1$.
2. Запишите множество значений переменной a, при которых выражение $\dfrac{a - a^2 + 1}{64 - 1{,}96a^2} - \dfrac{a}{a + 6a^2}$ не имеет смысла.
3. Упростите выражение $\dfrac{(-2ab^2)^3 \cdot (-a^3b)^2}{4b \cdot (a^2b)^2}$ и найдите его значение при $a = -\dfrac{5}{6}$, $b = 1{,}2$.
4. Расстояние между двумя пунктами поезд проходит по расписанию за 7 ч. Через 6 ч после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, поэтому в конечный пункт пришел с опозданием на 10 мин. Найдите первоначальную скорость поезда.
5. Постройте график функции $y = \begin{cases} -2x, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 1, \\ x - 3, \text{ если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$

По графику определите:
а) наибольшее и наименьшее значения функции;
б) сумму целых значений аргумента, при которых значения функции отрицательны.
6. Разложите на множители выражение
$(a + 2b)(a - b)^2 + (a + b)^3 - 2a^3$.
7. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x + y = 3$ и $2y - x = 1$ и параллельной графику уравнения $2(x - y + 3) = 1 - 2(x + 6)$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y - z = 2, \\ x - y + 2z = 3, \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\dfrac{2x-3}{6} - \dfrac{4-x}{3} = \dfrac{x-1}{2}$;

б) $(2x-1)^2 + 2(x+1) = (2x+1)^2 - 2(3x+1)$;

в) $2^{2x^2-1} = 2$.

2. Запишите множество значений переменной a, при которых выражение $\dfrac{2a^2-4a}{8+2a^2} + \dfrac{a+1}{2a+a^2}$ не имеет смысла.

3. Упростите выражение $\dfrac{(-2a^3b^2)^2 \cdot (-a^2b^3)^3}{4((ab)^4)^3}$ и найдите его значение при $a = -\dfrac{2}{13}$, $b = -2{,}7$.

4. Пассажирский поезд за 4 ч проходит такое же расстояние, какое проходит товарный за 6 ч. Найдите скорость пассажирского поезда, если она на 20 км/ч больше скорости товарного.

5. Постройте график функции $y = \begin{cases} -2, \text{ если } -3 \leqslant x \leqslant 1, \\ 2x - 4, \text{ если } 1 < x \leqslant 5. \end{cases}$

По графику определите:

а) наибольшее и наименьшее значения функции;

б) сумму целых значений аргумента, при которых значения функции отрицательны.

6. Разложите на множители выражение $(a+b)(a-2b)^2 - (a-b)^3 - 2b^3$.

7. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - y = 1$ и $x + y = 5$ и параллельной графику уравнения $2(x + y + 1) = 1 - 2(x - 2)$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y + z = 1, \\ x - y + z = 1, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$

ТЕСТЫ

ТЕСТ 1

Числовые выражения (п. 3)

Вариант 1

1. Разность чисел $2\frac{1}{6}$ и $1\frac{2}{3}$ равна:

   1) $1\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{2}$.

2. Значение числового выражения $7 : 2\frac{1}{3} + 9 : 2\frac{1}{4}$ равно:

   1) $36\frac{7}{12}$; 2) 7; 3) 4; 4) $\frac{7}{12}$.

3. Сумма числа $3\frac{1}{2}$ и произведения чисел 2,5 и 16 равна:

   1) 7,5; 2) 22; 3) 43,5; 4) 28.

4. Число, противоположное частному чисел −2,4 и 0,6, равно:

   1) 0,4; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 4.

5. Сумма 5% от числа 20 и 120% от числа 10 равна:
   1) 13; 2) 22; 3) 15; 4) 11,2.

6. Туристы прошли 12 км пешком, а затем 3 ч ехали на машине со скоростью 60 км/ч. Весь путь туристов составляет:
   1) 96 км; 2) 64 км; 3) 75 км; 4) 192 км.

Вариант 2

1. Разность чисел $3\frac{1}{4}$ и $2\frac{1}{3}$ равна:

   1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{11}{12}$; 4) $\frac{2}{3}$.

2. Значение числового выражения $5 : 1\frac{2}{3} + 7 : 1\frac{3}{4}$ равно:

   1) 7; 2) $18\frac{7}{12}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) 3.

3. Разность произведения чисел $2\frac{1}{7}$ и $2\frac{4}{5}$ и числа 2,4 равна:

1) 8,4; 2) 3,6; 3) 4,6; 4) −1,2.

4. Число, противоположное частному чисел 3,6 и −0,9, равно:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) 0,4; 4) 4.

5. Сумма 3% от числа 50 и 110% от числа 4 равна:
1) 4,4; 2) 1,5; 3) 5,9; 4) 1,94.

6. На стройке работало 5 бригад по 10 человек в каждой и 3 бригады по 6 человек в каждой. Всего на стройке работало:
1) 128 строителей; 3) 40 строителей;
2) 68 строителей; 4) 58 строителей.

ТЕСТ 2

Выражения с переменными (п. 5)

Вариант 1

1. Значение выражения $\frac{2a+1}{a-4}$ при $a = 3{,}5$ равно:

1) −4; 2) −16; 3) 4; 4) 16.

2. Выражение $8 - 3x + x - 3$ после приведения подобных слагаемых будет равно:
1) $5 - 2x$; 2) $5 - 4x$; 3) $5x - 2$; 4) $5 - x$.

3. Разность выражений $17x - 13y + 8$ и $20x + 6y + 8$ равна:
1) $3x + 19y$; 2) $-3x - 19y$; 3) $-3x - 7y$; 4) $-3x - 7y + 16$.

4. Выражение $-2(1{,}8m + 4) - 2{,}4m + 9$ после упрощения будет равно:
1) $-6m + 17$; 2) $-6m + 1$; 3) $-6m - 1$; 4) $-6m + 5$.

5. Выражение $\frac{x+5}{2x-4}$ не имеет смысла при:

1) $x = -5$; 2) $x = 4$; 3) $x = 2$; 4) $x = -2$.

6. На одной полке x книг, на второй полке на 25 книг меньше. Книг на двух полках вместе равно:
1) $x - 25$; 2) $x + 25$; 3) $2x + 25$; 4) $2x - 25$.

Вариант 2

1. Значение выражения $2x - 3y$ при $x = 3$, $y = -1$ равно:
1) 3; 2) −11; 3) 9; 4) −3.

2. Выражение $4 - 2y + 5y - 5$ после приведения подобных слагаемых будет равно:
1) $-1 - 7y$; 2) $3y - 1$; 3) $9 - 7y$; 4) $9 + 3y$.

3. Разность выражений $12m + 7n - 5$ и $15m - 3n - 5$ равна:
1) $-3m + 10n$; 2) $-3m + 4n$; 3) $-3m + 4n - 10$; 4) $3m - 10n$.

4. Выражение $6{,}6a + 5 - 2(0{,}8a + 2{,}5)$ после упрощения будет равно:
1) $8{,}2a$; 2) $5a + 2{,}5$; 3) $5a$; 4) $5a + 10$.

5. Выражение $\dfrac{a-1}{3a+6}$ не имеет смысла при:
1) $a = 1$; 2) $a = -3$; 3) $a = 2$; 4) $a = -2$.

6. Прямоугольник имеет ширину x и длину, которая в 3 раза больше ширины. Площадь прямоугольника равна:
1) $x(x + 3)$; 2) $3x^2$; 3) $2x + 3$; 4) $x(x - 3)$.

ТЕСТ 3

Определение степени с натуральным и нулевым показателем (п. 6)

Вариант 1

1. Произведение $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$ можно представить в виде степени так:
1) 7; 2) $(-7)^4$; 3) -7^4; 4) $4 \cdot (-7)$.

2. Основание степени равно 3, показатель степени равен 4. Значение этой степени равно:
1) 64; 2) 12; 3) 81; 4) 27.

3. Произведение $(a - b) \cdot (a - b) \cdot (a - b)$ в виде степени можно записать так:
1) $3(a - b)$; 2) $a^3 - b^3$; 3) $a^3 + b^3$; 4) $(a - b)^3$.

4. Значение степени $\left(1\frac{1}{3}\right)^4$ равно:
1) $1\frac{1}{81}$; 2) $\frac{256}{81}$; 3) $\frac{16}{81}$; 4) $4\frac{1}{3}$.

5. Значение числового выражения $\dfrac{-3{,}5^0 + (-1)^6 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^3}{(-1)^4 + (-1)^6}$ равно:

1) $\dfrac{8}{27}$; 2) $1\dfrac{4}{27}$; 3) $2\dfrac{8}{27}$; 4) $\dfrac{4}{27}$.

6. Число 64 можно записать в виде степени с основанием 4 так:
1) $16 \cdot 4$; 2) 4^3; 3) 4^4; 4) 4^{16}.

Вариант 2

1. Произведение $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$ можно представить в виде степени так:
1) 5; 2) $(-5)^4$; 3) -5^4; 4) $4 \cdot (-5)$.

2. Основание степени равно 2, показатель степени равен 6. Значение этой степени равно:
1) 12; 2) 36; 3) 32; 4) 64.

3. Произведение $(m - 1) \cdot (m - 1) \cdot (m - 1) \cdot (m - 1)$ в виде степени можно записать так:
1) $4(m - 1)$; 2) $m^4 + 1$; 3) $(m - 1)^4$; 4) $m^4 - 1$.

4. Значение степени $\left(2\dfrac{1}{2}\right)^4$ равно:

1) $16\dfrac{1}{16}$; 2) 10; 3) $\dfrac{625}{16}$; 4) $8\dfrac{1}{8}$.

5. Значение числового выражения $\dfrac{(-2)^3 + (-2)^4 + \left(-\dfrac{3}{4}\right)^1}{-4{,}5^0 + (-1)^5 + 3}$ равно:

1) $7\dfrac{1}{4}$; 2) 8; 3) $-4\dfrac{3}{4}$; 4) $\dfrac{29}{20}$.

6. Число 10 000 можно записать в виде степени с основанием 10 так:
1) $5^4 \cdot 2^4$; 2) 10^4; 3) 10^5; 4) $4 \cdot 10$.

ТЕСТ 4

Свойства степени с натуральным и нулевым показателем (п. 7—9)

Вариант 1

1. Упростив выражения $a^4 \cdot a^{12}$, $b^8 : b^2$, $(m^3)^5$, получим:
1) a^{48}, b^4, m^{15}; 3) a^{16}, b^6, m^{15};
2) a^{16}, b^4, m^8; 4) a^{16}, b^6, m^{15}.

2. Значение выражения $\frac{(3^2)^5 \cdot 3^7}{(3^5)^3}$ равно:

1) 27; 2) 3; 3) 81; 4) 9.

3. Значение выражения $\frac{(5^6)^2 \cdot 3^{11}}{15^{11}}$ равно:

1) 15; 2) 5; 3) 25; 4) $\frac{1}{125}$.

4. Степень $\left(\frac{1}{3}p^2q^3\right)^4$ равна:

1) $\frac{1}{3}p^8q^{12}$; 2) $\frac{1}{81}p^6q^{12}$; 3) $\frac{1}{81}p^8q^{12}$; 4) $\frac{1}{3}p^6q^7$.

5. Если $a^m \cdot a = a^{16}$, $b^n : b^3 = b^5$, $(c^5)^p = c^{15}$, то:
1) $m = 17$, $n = 15$, $p = 10$; 3) $m = 15$, $n = 15$, $p = 3$;
2) $m = 15$, $n = 8$, $p = 3$; 4) $m = 15$, $n = 8$, $p = 10$.

6. Если $x^2 = 5$, то значение выражения $x^6 - 25$ равно:
1) 125; 2) 75; 3) 100; 4) 600.

Вариант 2

1. Упростив выражения $a^5 \cdot a^{10}$, $b^{10} : b^2$, $(m^4)^3$, получим:
1) a^{50}, b^5, m^7; 2) a^{15}, b^8, m^{12}; 3) a^{15}, b^5, m^{12}; 4) a^{15}, b^8, m^7.

2. Значение выражения $\frac{(7^2)^3 \cdot 7^{10}}{(7^3)^5}$ равно:

1) 7; 2) 49; 3) $\frac{1}{7}$; 4) $\frac{1}{49}$.

3. Значение выражения $\frac{12^{15}}{(3^7)^2 \cdot 4^{14}}$ равно:

1) $\frac{1}{12}$; 2) 3; 3) 12; 4) $\frac{1}{3}$.

4. Степень $(-2a^3b)^5$ равна:
1) $32a^3b^5$; 2) $-32a^{15}b^5$; 3) $-2a^8b^6$; 4) $32a^{15}b^5$.

5. Если $a^m \cdot a^2 = a^{14}$, $b^n : b^5 = b^3$, $(c^3)^p = c^{18}$, то:
1) $m = 7$, $n = 15$, $p = 15$; 3) $m = 12$, $n = 8$, $p = 15$;
2) $m = 12$, $n = 15$, $p = 6$; 4) $m = 12$, $n = 8$, $p = 6$.

6. Если $x^3 = 7$, то значение выражения $x^6 + 11$ равно:
1) 49; 2) 60; 3) 18; 4) 25.

ТЕСТ 5

Одночлен, сложение, умножение и возведение одночленов в степень (п. 8—9)

Вариант 1

1. Запись одночлена $8x^3yx^5y^2$ в стандартном виде такова:
1) $8x^8y^2$; 2) $8x^8y^3$; 3) $8x^{15}y^2$; 4) $8x^{15}y^3$.

2. Значение одночлена $-32m^2n^3$ при $m = \frac{1}{2}$, $n = -1$ равно:

1) $\frac{1}{8}$; 2) $-\frac{1}{8}$; 3) 8; 4) -8.

3. Произведение одночленов $-12x^3y^9$ и $1\frac{5}{6}x^7y$ равно:

1) $-22x^{21}y^9$; 2) $22x^{10}y^{10}$; 3) $-22x^{10}y^9$; 4) $-22x^{10}y^{10}$.

4. Квадрат одночлена $-5a^4b^5$ равен:
1) $-25a^8b^{10}$; 2) $25a^8b^{10}$; 3) $5a^8b^{10}$; 4) $25a^6b^7$.

5. Одночлен $-20a^{10}b^3$ равен произведению одночленов $5a^4b^2$ и:
1) $-4a^6b$; 2) $4a^{16}b^5$; 3) $-4a^5b^2$; 4) $4a^6b$.

6. Если $3a^2b^3 = 5$, то $\frac{1}{5}a^4b^6$ равно:

1) $\frac{25}{3}$; 2) $\frac{8}{5}$; 3) $\frac{1}{15}$; 4) $\frac{5}{9}$.

Вариант 2

1. Запись одночлена $3a^2ba^4ba$ в стандартном виде такова:
1) $3a^8b$; 2) $3a^6b$; 3) $a^{10}b^2$; 4) $3a^7b^2$.

2. Значение одночлена $\frac{5}{14}a^2b$ при $a = -7$, $b = 0{,}6$ равно:

1) 21; 2) -21; 3) 10,5; 4) $-10{,}5$.

3. Произведение одночленов $-0{,}45m^3n^2$ и $-1\frac{1}{9}m^8n^{11}$ равно:

1) $m^{11}n^{13}$; 2) $\frac{1}{2}m^{11}n^{13}$; 3) $\frac{1}{2}m^{24}n^{22}$; 4) $-\frac{1}{2}m^{11}n^{13}$.

4. Квадрат одночлена $2\frac{1}{3}x^5y^6$ равен:

1) $2\frac{1}{3}x^{19}y^{12}$; 2) $\frac{49}{9}x^7y^8$; 3) $\frac{49}{9}x^{10}y^{12}$; 4) $2\frac{1}{3}x^7y^8$.

5. Одночлен $8a^3b^5$ равен произведению одночленов $-4a^2b^5$ и:
1) $4ab$; 2) $-2ab^5$; 3) $-2a$; 4) $4a^2b^5$.

6. Если $2mn^2 = 3$, то $6m^3n^6$ равно:
1) 20; 2) $\frac{81}{4}$; 3) $\frac{27}{8}$; 4) 18.

ТЕСТ 6

Многочлен и его стандартный вид, сумма и разность многочленов (п. 11—13)

Вариант 1

1. Многочлен $3a - 5aa - 5 + 2a^2 - 5a + 3$ в стандартном виде записывается так:
1) $-3a^2 - 2a - 2$; 3) $-3a^2 - 8a - 2$;
2) $-5a^3 - 2$; 4) $2a^2 - 7a - 2$.

2. Сумма многочленов $3a - 2ab + 9$ и $5ab - 3a - 9$ равна:
1) $3ab + 6a + 18$; 3) $8ab - 5a$;
2) $3a - 2ab + 9 + 5ab - 9 - 3a$; 4) $3ab$.

3. Разность многочленов $2x^2 - x + 2$ и $-3x^2 - 2x + 1$ равна:
1) $5x^2 + x + 3$; 3) $5x^2 - 3x + 3$;
2) $5x^2 + x + 1$; 4) $-x^2 - 3x + 3$.

4. Значение многочлена $-6a^2 - 5ab + b^2 - (-3a^2 - 5ab + b^2)$ при $a = -\frac{2}{3}$, $b = -3$ равно:
1) $\frac{4}{3}$; 2) -4; 3) $-\frac{10}{3}$; 4) $-\frac{4}{3}$.

5. Выражение $-8x - (5x - (3x - 7))$ равно:
1) $-10x - 7$; 2) $-6x + 7$; 3) $-16x - 7$; 4) 7.

6. Степень многочлена $3x^2y - 4x^3y - 3xy^2 + 2x^3y + y^2 + 2x^3y$ равна:
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Вариант 2

1. Многочлен $5x^2 - 5 + 4x - 3xx + 2 - 2x$ в стандартном виде записывается так:
1) $5x^2 - x - 1$; 3) $2x^2 + 6x - 1$;
2) $4x^3 - 1$; 4) $2x^2 + 2x - 3$.

2. Сумма многочленов $8xy - 5y + 2$ и $3y - 3 - 8xy$ равна:

1) $8xy - 5y + 2 + 3y - 3 - 8xy$; 3) $16xy - 2y - 1$;
2) $-2y - 1$; 4) $-2y + 5$.

3. Разность многочленов $4y^2 - 2y + 3$ и $-2y^2 + 3y + 2$ равна:

1) $6y^2 - 5y + 5$; 3) $6y^2 - 5y + 1$;
2) $6y^2 + y + 5$; 4) $2y^2 + y + 5$.

4. Значение многочлена $-8a^2 - 2ax - x^2 - (-4a^2 - 2ax - x^2)$ при $a = -\frac{3}{4}$, $x = -2$ равно:

1) $-16\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{9}{4}$; 3) $-\frac{27}{4}$; 4) $\frac{9}{4}$.

5. Выражение $-5a - (2a - (3a - 5))$ равно:

1) $-4a - 5$; 2) $-6a + 5$; 3) $-10a - 5$; 4) 5.

6. Степень многочлена $a^2b^2 + 2ab - 2a^2b^2 - 2a^2 + 5a + a^2b^2 + 1$ равна:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

ТЕСТ 7

Умножение одночлена на многочлен, многочлена на многочлен (п. 14—15)

Вариант 1

1. Произведение $-3x \cdot (-2x^2 + x - 3)$ равно:

1) $6x^3 + 3x^3 + 9x$; 3) $-6x^3 - 3x^2 + 9x$;
2) $6x^3 - 3x^2 + 9x$; 4) $6x^3 - 3x^2 - 9x$.

2. Чтобы выполнялось равенство $-4a^2 \cdot * = 12a^6x - 20a^2x + 12a^3$, нужно вместо * подставить многочлен:

1) $-3a^4x - 5x - 3a$; 3) $-3a^4x + 5x - 3a$;
2) $-3a^3x + 5x - 3a$; 4) $3a^4x + 5x - 3a$.

3. Произведение $(2a - 1)(-a^2 + a - 3)$ равно многочлену:

1) $-2a^3 + 2a^2 - 6a$; 3) $-2a^3 + a^2 - 7a + 3$;
2) $-2a^3 + 3a^2 - 6a - 3$; 4) $-2a^3 + 3a^2 - 7a + 3$.

4. Выражение $2 - (3a - 1)(a + 5)$ тождественно равно многочлену:

1) $3a^2 + 14a - 7$; 3) $-3a^2 - 14a + 7$;
2) $3a^2 - 14a + 7$; 4) $-3a^2 - 14a - 3$.

5. Степень многочлена $P(x)$ равна 5, а его старший коэффициент равен 2, степень многочлена $Q(x)$ равна 3, а старший коэффициент равен 4. Степень и старший коэффициент многочлена, тождественно равного многочлену $P(x) \cdot Q(x)$, равны:

1) 15 и 6; 2) 15 и 8; 3) 8 и 6; 4) 8 и 8.

6. Многочлен $3x^3 - 2x^2 - 6x + 4$ можно представить в виде произведения:

1) $(x^2 + 2)(3x + 2)$; 3) $(x^2 + 2)(3x - 2)$;
2) $(x^2 - 2)(3x + 2)$; 4) $(x^2 - 2)(3x - 2)$.

Вариант 2

1. Произведение $-4a \cdot (-5a^2 + 2a - 1)$ равно:

1) $20a^3 - 8a^2 - 4a$; 3) $-20a^3 - 8a^2 + 4a$;
2) $20a^3 + 8a^2 + 4a$; 4) $20a^3 - 8a^2 + 4a$.

2. Чтобы выполнялось равенство $-3x^3 \cdot * = 6x^6a - 12x^3a + 9x^4$, нужно вместо * подставить многочлен:

1) $-2x^3a + 4a - 3x$; 3) $2x^3a + 4a - 3x$;
2) $-2x^2a + 4a - 3x$; 4) $-2x^3a - 4a - 3x$.

3. Произведение $(3x - 2)(-x^2 + x - 4)$ равно многочлену:

1) $-3x^3 + 5x^2 - 10x - 8$; 3) $-3x^3 + 3x^2 - 14x + 8$;
2) $-3x^3 + 3x^2 - 12x$; 4) $-3x^3 + 5x^2 - 14x + 8$.

4. Выражение $1 - (2y - 3)(y + 2)$ тождественно равно многочлену:

1) $-2y^2 - y + 7$; 3) $2y^2 + y - 7$;
2) $-2y^2 - y - 5$; 4) $2y^2 - y + 7$.

5. Степень многочлена $P(x)$ равна 3, а его старший коэффициент равен 5, степень многочлена $Q(x)$ равна 4, а старший коэффициент равен 2. Степень и старший коэффициент многочлена, тождественно равного многочлену $P(x) \cdot Q(x)$, равны:

1) 12 и 7; 2) 12 и 10; 3) 7 и 7; 4) 7 и 10.

6. Многочлен $5a^3 - 3a^2 - 10a + 6$ можно представить в виде произведения:

1) $(a^2 - 2)(5a + 3)$; 3) $(a^2 + 2)(5a + 3)$;
2) $(a^2 + 2)(5a - 3)$; 4) $(a^2 - 2)(5a - 3)$.

ТЕСТ 8

Уравнение и его корни, линейное уравнение
(п. 16—18)

Вариант 1

1. Корнем уравнения $x^2 = 10 - 3x$ является число:
   1) 5; 2) −5; 3) 3; 4) 1.

2. Уравнение $-2x + 5 = 0$ имеет корень:
   1) $-\frac{2}{5}$; 2) 2,5; 3) −2,5; 4) 0,4.

3. Значение выражения $8t - 3$ в три раза больше значения выражения $5t + 6$ при:
   1) $t = 3$; 2) $t = -\frac{15}{19}$; 3) $t = -3$; 4) $t = \frac{15}{19}$.

4. Для того чтобы реализовать партию бананов в срок, достаточно продавать по 40 кг в день. Однако каждый день продавали на 20 кг больше, в результате чего партия была распродана на 3 дня раньше срока. Предполагаемый срок реализации партии бананов составлял:
   1) 12 дней; 2) 6 дней; 3) 8 дней; 4) 9 дней.

5. Не имеет корней уравнение:
   1) $-2x = 0$; 2) $|x| + 1 = 0$; 3) $3 - 2x = -2x + 3$; 4) $x = 10x + 1$.

6. Уравнение $ax + 3 = 0$ имеет корень, равный −4, при:
   1) $a = \frac{3}{4}$; 2) $a = \frac{4}{3}$; 3) $a = -1$; 4) $a = -2$.

Вариант 2

1. Корнем уравнения $x(x^2 - 7) = 6$ является число:
   1) 1; 2) 0; 3) 3; 4) 2.

2. Уравнение $3 - 4x = 0$ имеет корень:
   1) $-\frac{3}{4}$; 2) $-\frac{4}{3}$; 3) $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{3}{4}$.

3. Значение выражения $3t + 1$ в два раза меньше значения выражения $10t + 18$ при:
   1) $t = -2$; 2) $t = -4$; 3) $t = 4$; 4) $t = -2\frac{1}{17}$.

4. Расстояние между пунктами A и B равно 40 км. Из пункта A выехал велосипедист, одновременно из пункта B навстречу ему вышел пешеход. Если велосипедист проехал до встречи расстояние в 4 раза большее, чем прошел пешеход, то их встреча произошла на расстоянии от пункта A, равном:
1) 36 км; 2) 9 км; 3) 8 км; 4) 32 км.

5. Не имеет корней уравнение:
1) $|x| = 3$; 2) $2x - 1 = 2x - 1$; 3) $2x + 6 = 2x + 3$; 4) $5y = 6y$.

6. Уравнение $2x + b = 0$ имеет корень, равный 3, при:
1) $b = -6$; 2) $b = 1$; 3) $b = 6$; 4) $b = 5$.

ТЕСТ 9

Квадрат суммы и квадрат разности (п. 26)

Вариант 1

1. Квадратом разности одночленов $-a$ и $3b$ является:
1) $-a^2 - 9b^2$; 2) $a^2 - 9b^2$; 3) $(-a - 3b)^2$; 4) $-(a + 3b)^2$.

2. Квадрат суммы одночленов a и $7b$ равен:
1) $a^2 + 49b^2$; 3) $a^2 + 14ab + 49b^2$;
2) $a^2 + 7ab + 7b^2$; 4) $a^2 + 7ab + 49b^2$.

3. Выражению $(x - y)^2$ тождественно равно:
1) $(x + y)^2$; 2) $(-x - y)^2$; 3) $(-x + y)^2$; 4) $(-y - x)^2$.

4. Многочлен $a^4 + 8a^2b^3 + 16b^6$ можно представить в виде:
1) $(a^2 + 8b^3)(a^2 + 2b^3)$; 3) $(4b^3 + a^2)^2$;
2) $(a^2 + 4b^3)(a^2 + 8b^3)$; 4) $(a^2 + b^3)(a^2 + 16b^3)$.

5. В тождестве $(a - *)^2 = a^2 + 4ab^2 + 4b^4$ значок * можно заменить одночленом:
1) $2b^2$; 2) $-2b^2$; 3) $-4b^2$; 4) такого одночлена не существует.

6. Если $p = a + b$ и $q = ab$, то многочлен $a^2 + b^2$ равен:
1) p^2; 2) $p^2 + 2q$; 3) $p^2 - 2q$; 4) $p^2 + q^2$.

Вариант 2

1. Квадратом суммы одночленов $2x$ и $-y$ является:
1) $4x^2 + y^2$; 2) $(2x - y)^2$; 3) $(2x + y)^2$; 4) $4x^2 - y^2$.

2. Квадрат разности одночленов $5a$ и $2b$ равен:

1) $25a^2 - 4b^2$; 3) $25a^2 - 10ab + 4b^2$;

2) $25a^2 + 4b^2$; 4) $25a^2 - 20ab + 4b^2$.

3. Выражению $(a - b)^2$ тождественно равно:

1) $(-a + b)^2$; 2) $(-a - b)^2$; 3) $(a + b)^2$; 4) $(-b - a)^2$.

4. Многочлен $4x^8 - 12x^4y^3 + 9y^6$ можно представить в виде:

1) $(2x^4 - 3y^3)^2$; 3) $(4x^4 + 3y^3)(x^4 - 4y^3)$;

2) $(4x^4 - 3y^3)(x^4 + 3y^3)$; 4) $(4x^4 + 3y^3)(x^4 - 3y^2)$.

5. В тождестве $(x + *)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$ значок * можно заменить одночленом:

1) такого одночлена не существует; 2) $3y$; 3) $-3y$; 4) $-6y$.

6. Если $p = x - y$ и $q = xy$, то многочлен $x^2 + y^2$ равен:

1) p^2; 2) $p^2 + 2q$; 3) $p^2 - 2q$; 4) $p^2 + q^2$.

ТЕСТ 10

Разность квадратов, сумма и разность кубов
(п. 24, 25, 31)

Вариант 1

1. Разностью квадратов одночленов $2x$ и $-5y$ является:

1) $4x^2 + 25y^2$; 2) $4x^2 - 25y^2$; 3) $(2x - 5y)^2$; 4) $(2x + 5y)^2$.

2. Многочлен $16m^2 - n^{16}$ можно представить в виде:

1) $(n^8 + 4m)(n^8 - 4m)$; 3) $(4m + n^4)(n^4 - 4m)$;

2) $(4m + n^4)(4m - n^4)$; 4) $(n^8 + 4m)(4m - n^8)$.

3. Используя формулу разности квадратов, вычислили произведение $78 \cdot 82$ и получили результат:

1) 5616; 2) 6396; 3) 6384; 4) 6414.

4. Произведение $(1 - 2a)(1 + 2a + 4a^2)$ равно:

1) $8a^3 + 1$; 2) $1 + 4a^3$; 3) $1 - 4a^3$; 4) $1 - 8a^3$.

5. Выражение $(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(y - x)$ равно:

1) $x^4 - y^4$; 2) $x^8 - y^8$; 3) $y^8 - x^8$; 4) $y^{16} - x^{16}$.

6. В тождестве $a^3 + 8b^6 = (a + 2b^2)(a^2 + * + 4b^4)$ значок * можно заменить одночленом:

1) $4ab^2$; 2) $-4ab^2$; 3) $2ab^2$; 4) $-2ab^2$.

Вариант 2

1. Разностью квадратов одночленов $4a$ и $-3b$ является:
1) $4a^2 - 3b^2$; 2) $(4a - 3b)^2$; 3) $16a^2 - 9b^2$; 4) $(4a + 3b)^2$.

2. Многочлен $x^{64} - 4y^2$ можно представить в виде:
1) $(x^8 - 2y)(x^8 + 2y)$; 3) $(2y + x^{32})(x^{32} - 2y)$;
2) $(2y - x^{32})(2y + x^{32})$; 4) $(2y + x^8)(2y - x^8)$.

3. Используя формулу разности квадратов, вычислили произведение $91 \cdot 89$ и получили результат:
1) 729; 2) 7209; 3) 8099; 4) 8109.

4. Произведение $(2 + x)(x^2 - 2x + 4)$ равно:
1) $x^3 - 8$; 2) $8 - x^3$; 3) $(x + 2)^3$; 4) $8 + x^3$.

5. Выражение $(2a - b)(b + 2a)(b^2 + 4a^2)$ равно:
1) $4a^4 - b^4$; 2) $b^4 - 16a^4$; 3) $8a^3 - b^3$; 4) $16a^4 - b^4$.

6. В тождестве $27x^3 - y^6 = (3x^3 - y^2)(y^4 - * + 9x^6)$ значок * можно заменить одночленом:
1) $3x^3y^2$; 2) $-3x^3y^2$; 3) $6x^3y^2$; 4) $-6x^3y^2$.

ТЕСТ 11

Функции и их графики (п. 34, 35)

Вариант 1

1. Функция задана формулой $y = 7x - x^2$. Значение функции, соответствующее значению аргумента -1, равно:
1) -6; 2) -8; 3) 6; 4) 8.

2. Графику функции, изображенному на рисунке 7, принадлежит точка с координатами:
1) $(-3; 0)$; 3) $(1; -2)$;
2) $(0; -2)$; 4) $(-2; 1)$.

3. В область определения функции, заданной формулой $y = \dfrac{x - 3}{x + 5}$, не входит число:
1) 5; 2) -3; 3) 3; 4) -5.

4. Значение функции, заданной формулой $y = -\dfrac{6}{x - 1}$, равно 2 при значении аргумента, равном:
1) -6; 2) 2; 3) 3; 4) -2.

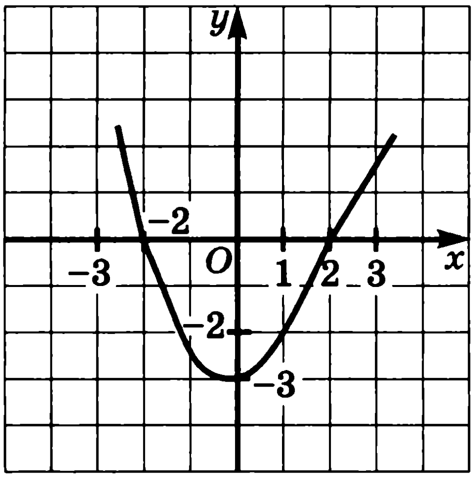


Рис. 7

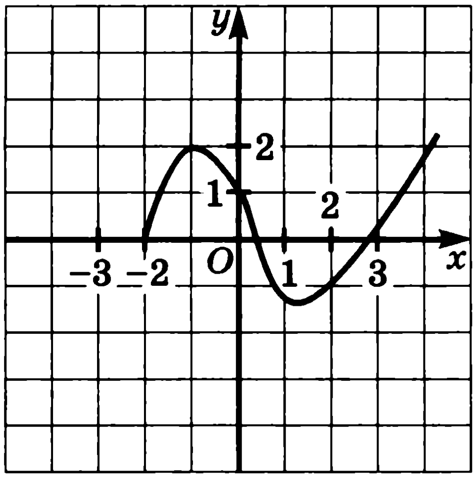


Рис. 8

5. Координаты точки пересечения графика функции $y = 5x^3 - 3x^2 + 8$ с осью ординат равны:

1) (0; 8); 2) (8; 0); 3) (−1; 0); 4) (0; −1).

6. Графики функций $y = f(x)$ и $y = |f(x)|$ совпадают, если:

1) $f(x) = x$; 2) $f(x) = x^2 + 5$; 3) $f(x) = x^2 - 5$; 4) $f(x) = x^3$.

Вариант 2

1. Функция задана формулой $y = x^2 - 5x$. Значение функции, соответствующее значению аргумента −2, равно:

1) −6; 2) −14; 3) 6; 4) 14.

2. Графику функции, изображенному на рисунке 8, принадлежит точка с координатами:

1) (1; 0); 2) (3; 1); 3) (−1; 2); 4) (0; 0).

3. В область определения функции, заданной формулой $y = \frac{7 - x}{x + 4}$, не входит число:

1) 7; 2) −7; 3) −4; 4) 4.

4. Значение функции, заданной формулой $y = \frac{12}{2 - x}$, равно 4 при значении аргумента, равном:

1) 1; 2) −1; 3) −6; 4) 3.

5. Координаты точки пересечения графика функции $y = \frac{x^3 + 5x - 6}{x - 3}$ с осью ординат равны:

1) (1; 0); 2) (0; 1); 3) (0; 2); 4) (2; 0).

6. Графики функций $y = f(x)$ и $y = -|f(x)|$ совпадают, если:

1) $f(x) = 1 - x$; 2) $f(x) = -x^3$; 3) $f(x) = -x^2$; 4) $f(x) = 3 - x^2$.

ТЕСТ 12

Линейная функция и ее график (п. 37, 38)

Вариант 1

1. Не является линейной функция:

1) $y = 3x$; 2) $y = -5$; 3) $y = \frac{3-x}{5}$; 4) $y = \frac{2}{x}$.

2. Для построения графика линейной функции достаточно найти:
1) одну точку; 2) две точки; 3) три точки; 4) четыре точки.

3. График функции $y = -\frac{1}{2}x + 1$ изображен на рисунке 9:

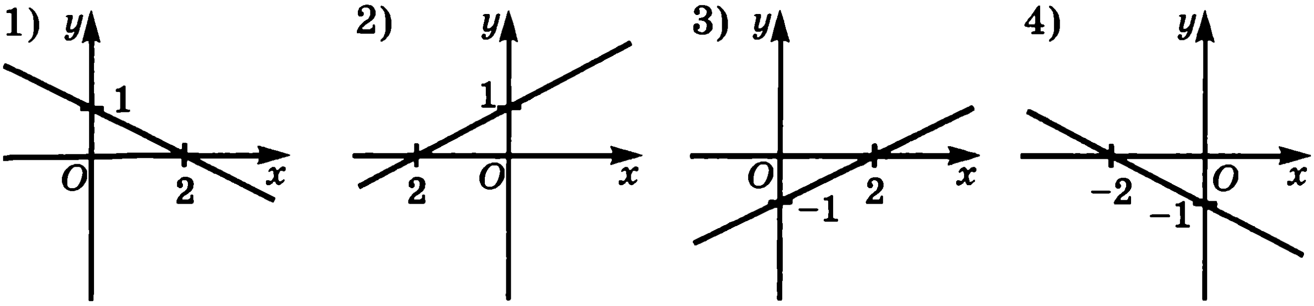


Рис. 9

4. Прямая пропорциональность, график которой проходит через точку $A(-2; 4)$, задается формулой:

1) $y = -\frac{1}{2}x$; 2) $y = -2x$; 3) $y = 2x$; 4) $y = \frac{1}{2}x$.

5. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 30 км, вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Зависимость расстояния S (в километрах) от пункта B до места нахождения пешехода от времени t (в часах) задается формулой:

1) $S = 30 + 5t$; 2) $S = 5t$; 3) $S = 30 - 5t$; 4) $S = 5t - 30$.

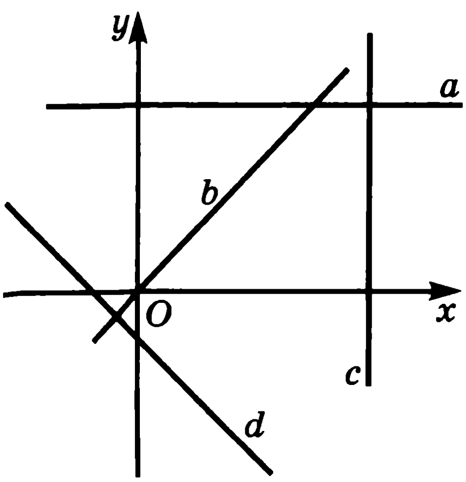


Рис. 10

6. На рисунке 10 графиком линейной функции не является прямая:

1) a; 2) b; 3) c; 4) d.

Вариант 2

1. Не является линейной функция:

1) $y = 8$; 3) $y = \frac{3x-4}{3}$;

2) $y = 1 + \frac{3}{x}$; 4) $y = \frac{x}{2}$.

2. Для построения графика прямой пропорциональности достаточно найти, не считая начала координат:

1) одну точку; 2) две точки; 3) три точки; 4) четыре точки.

3. График функции $y = \frac{1}{3}x - 1$ изображен на рисунке 11:

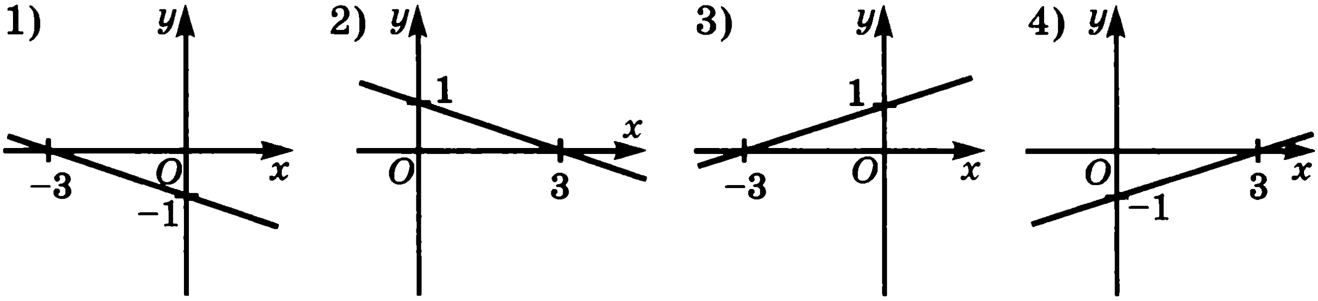


Рис. 11

4. Прямая пропорциональность, график которой проходит через точку $A(5; -3)$, задается формулой:

1) $y = \frac{5}{3}x$; 2) $y = -\frac{5}{3}x$; 3) $y = \frac{3}{5}x$; 4) $y = -\frac{3}{5}x$.

5. Ящик с гвоздями имел массу 500 г. Из ящика берут гвозди, масса каждого из которых 10 г. Зависимость массы m (в граммах) ящика от числа n извлеченных из него гвоздей задается формулой:

1) $m = 10n$;

2) $m = 10n + 500$;

3) $m = 500 - 10n$;

4) $S = 50n$.

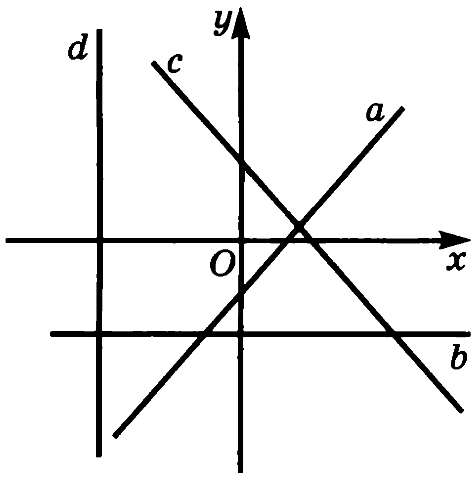


Рис. 12

6. На рисунке 12 графиком линейной функции не является прямая:

1) a; 2) b; 3) c; 4) d.

ТЕСТ 13

Взаимное расположение графиков линейных функций (п. 39)

Вариант 1

1. Точка пересечения графика линейной функции $y = 0{,}5x - 3$ с осью абсцисс имеет координаты:

1) (0; 3); 2) (6; 0); 3) (0; −3); 4) (−6; 0).

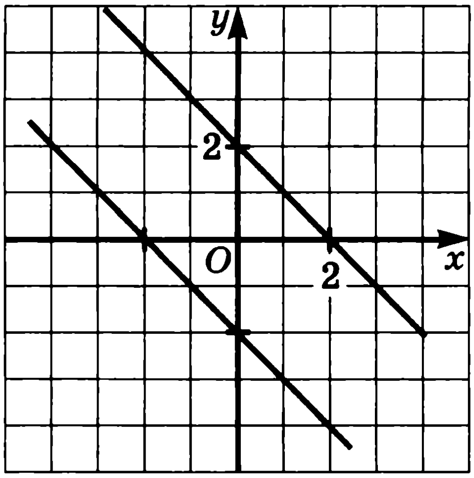


Рис. 13

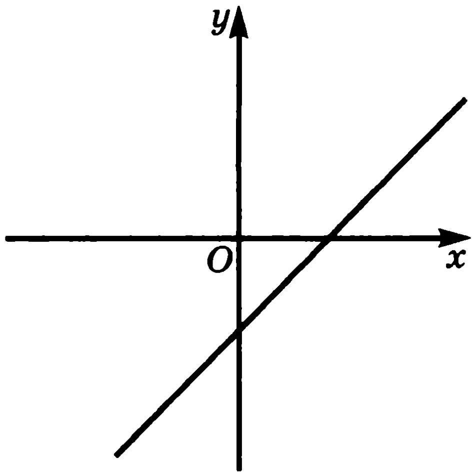


Рис. 14

2. Графику функции $y = 35x - 42$ параллелен график функции:

1) $y = -35x + 42$; 3) $y = 5x - 6$;

2) $y = 35x + 3$; 4) $y = x - 42$.

3. Функция, графиком которой является прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку $A(3; -2)$, задается формулой:

1) $y = -\frac{2}{3}x$; 2) $y = -2$; 3) $x = 3$; 4) $y = \frac{3}{2}x$.

4. Точка пересечения графиков функций $y = 5 - x$ и $y = x - 5$ имеет координаты:

1) (0; 5); 2) (−5; 10); 3) (10; −5); 4) (5; 0).

5. На рисунке 13 изображены графики двух линейных функций, заданных формулами:

1) $y = x + 2$ и $y = x - 2$; 3) $y = x + 2$ и $y = -x - 2$;

2) $y = -x + 2$ и $y = -x - 2$; 4) $y = -x + 2$ и $y = x + 2$.

6. На рисунке 14 изображен график линейной функции $y = kx + b$, у которой:

1) $k > 0$ и $b > 0$; 3) $k < 0$ и $b > 0$;

2) $k > 0$ и $b < 0$; 4) $k < 0$ и $b < 0$.

Вариант 2

1. Точка пересечения графика линейной функции $y = \frac{1}{3}x - 2$ с осью ординат имеет координаты:

1) (0; 2); 2) (0; −2); 3) (6; 0); 4) (−6; 0).

2. Графику функции $y = -24x + 8$ параллелен график функции:

1) $y = 24x + 8$; 2) $y = -3x + 1$; 3) $y = -24x - 8$; 4) $y = -x + 8$.

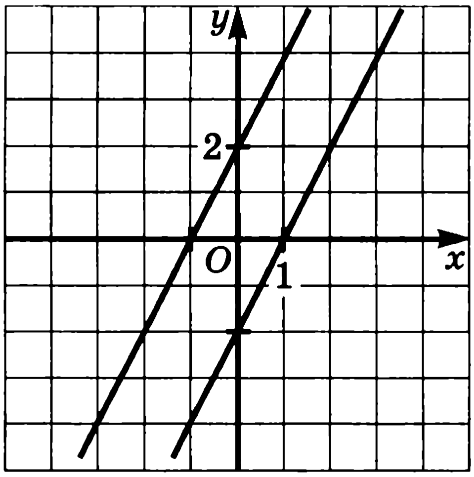


Рис. 15

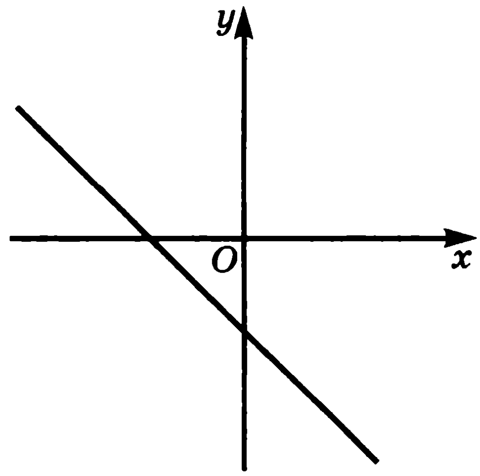


Рис. 16

3. Функция, графиком которой является прямая, параллельная оси абсцисс и проходящая через точку $B(-7;\ 2)$, задается формулой:

1) $x = -7$; 2) $y = -\frac{2}{7}x$; 3) $y = 2$; 4) $y = -7x + 2$.

4. Точка пересечения графиков функций $y = 3 - x$ и $y = x + 7$ имеет координаты:

1) $(5;\ -2)$; 2) $(1;\ 2)$; 3) $(2;\ 1)$; 4) $(-2;\ 5)$.

5. На рисунке 15 изображены графики двух линейных функций, заданных формулами:

1) $y = 2x + 2$ и $y = -2x - 2$;
2) $y = -2x + 2$ и $y = -2x - 2$;
3) $y = 2x + 2$ и $y = 2x - 2$;
4) $y = 2x - 2$ и $y = -2x + 2$.

6. На рисунке 16 изображен график линейной функции $y = kx + b$, у которой:

1) $k > 0$ и $b > 0$;
2) $k > 0$ и $b < 0$;
3) $k < 0$ и $b > 0$;
4) $k < 0$ и $b < 0$.

ТЕСТ 14

Линейное уравнение с двумя переменными
(п. 42, 43)

Вариант 1

1. Одним из решений уравнения $-3x + 2y - 10 = 0$ является пара чисел:

1) $(2;\ -2)$; 2) $\left(-3;\ -\frac{1}{2}\right)$; 3) $(-2;\ 2)$; 4) $(2;\ 4)$.

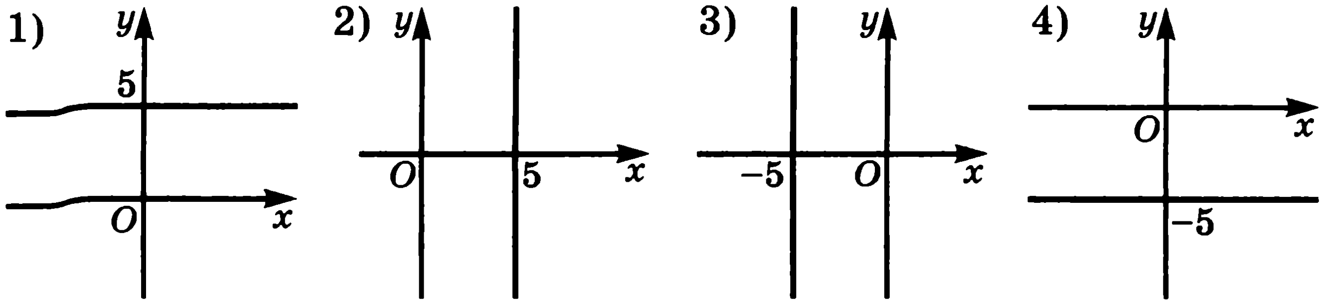


Рис. 17

2. График уравнения $7x - 8y + 1 = 0$ пересекает ось ординат в точке с координатами:

1) $\left(0;\ \frac{1}{8}\right)$; 2) $\left(-\frac{1}{7};\ 0\right)$; 3) $\left(\frac{1}{8};\ 0\right)$; 4) $\left(0;\ -\frac{1}{7}\right)$.

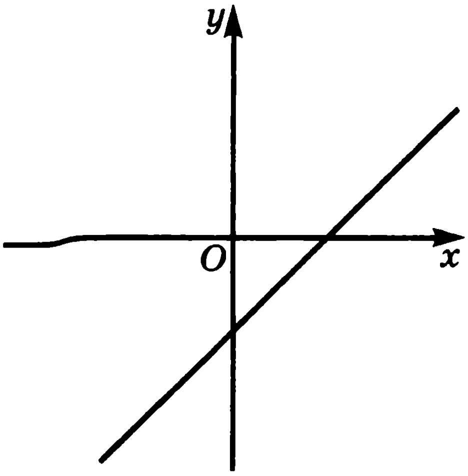


Рис. 18

3. Из уравнения $-3x + 5y - 3 = 0$ переменная x выражается через переменную y формулой:

1) $x = \frac{5}{3}y - 1$; 3) $x = \frac{5}{3}y + 1$;

2) $x = -\frac{5}{3}y - 1$; 4) $x = -\frac{5}{3}y + 1$.

4. Пара чисел $(-3;\ -1)$ является решением уравнения $ax + 4y - 5 = 0$ при a, равном:

1) -17; 2) -3; 3) 17; 4) 3.

5. Под какой цифрой на рисунке 17 изображен график уравнения $x + 5 = 0$?

6. На рисунке 18 изображен график уравнения:

1) $-2x + 3y - 3 = 0$; 3) $2x + 3y + 3 = 0$;

2) $2x - 3y - 3 = 0$; 4) $-2x - 3y + 3 = 0$.

Вариант 2

1. Одним из решений уравнения $-2x + 3y - 10 = 0$ является пара чисел:

1) $\left(-4;\ -\frac{2}{3}\right)$; 2) $(2;\ 4)$; 3) $(2;\ -2)$; 4) $(-2;\ 2)$.

2. График уравнения $-2x + 3y + 5 = 0$ пересекает ось абсцисс в точке с координатами:

1) $\left(0;\ -\frac{5}{3}\right)$; 2) $\left(0;\ \frac{5}{2}\right)$; 3) $\left(-\frac{5}{3};\ 0\right)$; 4) $(2{,}5;\ 0)$.

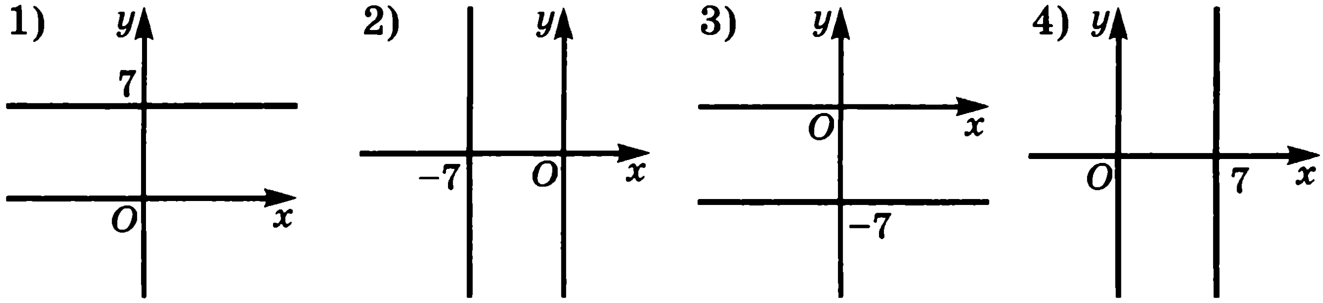


Рис. 19

3. Из уравнения $7x - 3y - 2 = 0$ переменная y выражается через переменную x формулой:

1) $y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$; 3) $y = \frac{7}{3}x - \frac{2}{3}$;

2) $y = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{3}$; 4) $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$.

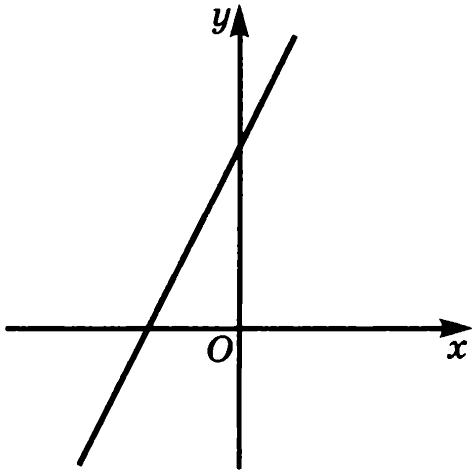


Рис. 20

4. Пара чисел $(-1; -4)$ является решением уравнения $3x + by - 5 = 0$ при b, равном:

1) 2; 2) −17; 3) 17; 4) −2.

5. Под какой цифрой на рисунке 19 изображен график уравнения $y + 7 = 0$?

6. На рисунке 20 изображен график уравнения:

1) $-4x - 3y + 6 = 0$; 3) $-4x + 3y + 6 = 0$;

2) $4x - 3y - 6 = 0$; 4) $4x - 3y + 6 = 0$.

ТЕСТ 15

Системы линейных уравнений (п. 45—47)

Вариант 1

1. Решением системы $\begin{cases} x^2 - y = 1, \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$ является пара:

1) (3; 2); 2) (−1; 0); 3) (−2,5; 0); 4) (2; 3).

2. Координаты точки пересечения графика уравнения $2x + 3y = 5$ и оси абсцисс являются решением системы:

1) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ x = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ y = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ x - y = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$

3. Система уравнений $\begin{cases} 35x + 8y = 7, \\ 70x + 16y = 4: \end{cases}$

1) имеет единственное решение;
2) не имеет решений;
3) имеет бесконечно много решений;
4) имеет два решения.

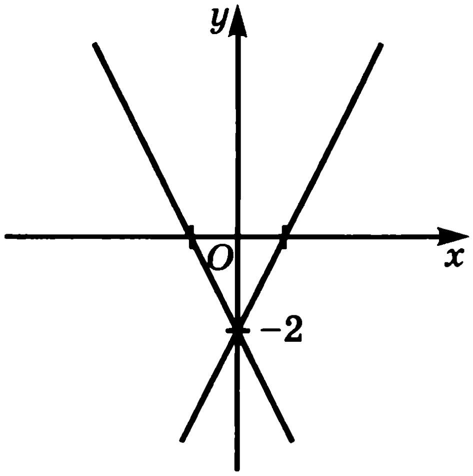


Рис. 21

4. На рисунке 21 изображено графическое решение системы:

1) $\begin{cases} 3x + y = -2, \\ -2x + y = -2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + y = -2, \\ 3x - y = -2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + y = -2, \\ 3x + y = -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -2x + y = -2, \\ -3x + y = -2. \end{cases}$

5. Графическое решение системы

$$\begin{cases} 2x - 2y = 3, \\ x - y = 5 \end{cases}$$

изображено на рисунке 22:

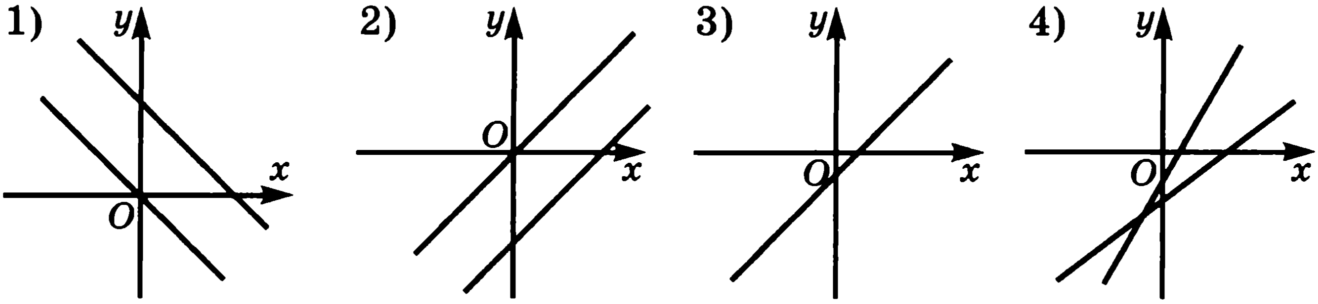


Рис. 22

6. Графическое решение системы $\begin{cases} 5x + 2y = 1, \\ -10x - 4y = -2 \end{cases}$ изображено на рисунке 23:

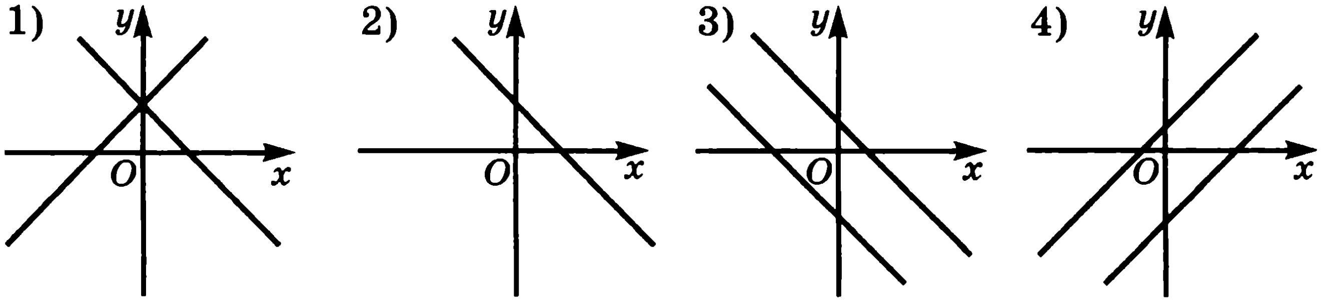


Рис. 23

Вариант 2

1. Решением системы $\begin{cases} y^2 - 2x = 5, \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$ является пара:

1) (0; 6); 2) (3; 2); 3) (2; 3); 4) (4; 0).

2. Координаты точки пересечения графика уравнения $3x - 2y = 7$ и оси ординат являются решением системы:

1) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ y = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x - y = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$

3. Система уравнений $\begin{cases} 15x + 17y = 2, \\ 30x - 17y = -5: \end{cases}$

1) не имеет решений;
2) имеет единственное решение;
3) имеет два решения;
4) имеет бесконечно много решений.

4. На рисунке 24 изображено графическое решение системы:

1) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x + 2y = 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x + 2y = 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x - 2y = -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 2. \end{cases}$

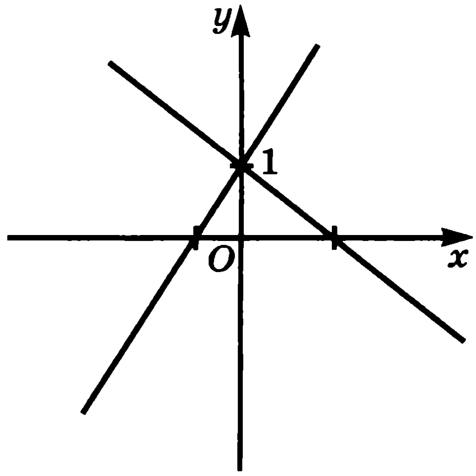


Рис. 24

5. Графическое решение системы $\begin{cases} 2x + y = -2, \\ 4x + 2y = -4 \end{cases}$ изображено на рисунке 25:

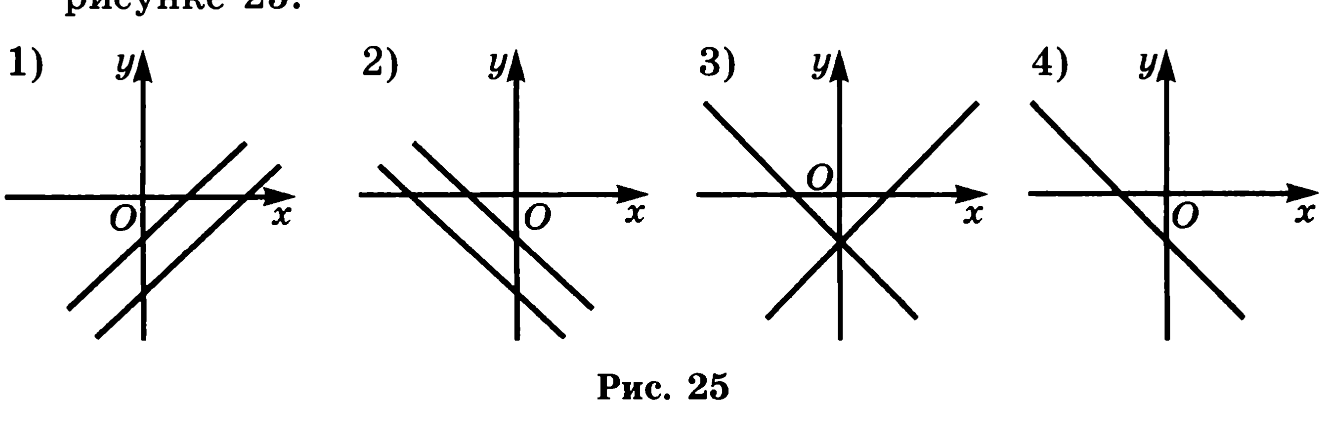


Рис. 25

6. Графическое решение системы $\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$ изображено на рисунке 26:

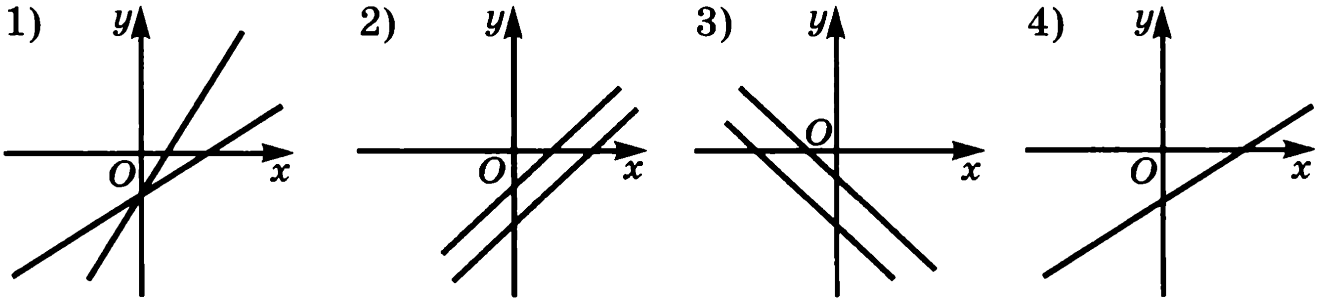


Рис. 26

ТЕСТ 16

Системы линейных уравнений (п. 45—47)

Вариант 1

1. Системой линейных уравнений с двумя переменными является система:

1) $\begin{cases} (x + 2y)^2 = 1, \\ x - 3y = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{y}{4} = 2, \\ x + 2y = 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + \dfrac{1}{y} = 2, \\ x + 2y = 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x - y = 2, \\ xy = 2. \end{cases}$

2. Из первого уравнения системы $\begin{cases} 2x + 5y = -2, \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ выразили переменную x через переменную y. После подстановки этого выражения вместо x во второе уравнение получили:

1) $-(-2 - 5y) + 2y = 1$;

2) $-\left(-1 - \dfrac{5}{2}y\right) + 2y = 1$;

3) $-\left(-1 + \dfrac{5}{2}y\right) + 2y = 1$;

4) $-(-2 - 5y - 2x) + 2y = 1$.

3. Система $\begin{cases} 3x + 2y = -5, \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$ имеет те же решения, что и система:

1) $\begin{cases} 3x + 2y = -5, \\ x - \dfrac{3}{2}y = -\dfrac{1}{2}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6x + 4y = 10, \\ 2x - 3y = -1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} -6x - 4y = 5, \\ 2x - 3y = -1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x + 2y = -5, \\ \dfrac{2}{3}x - y = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$

4. Уравнения системы $\begin{cases} 3x + 2y = 0, \\ -4x + 3y = -2 \end{cases}$ умножили почленно на такие множители, что коэффициент при y в первом уравнении стал равен 6, а во втором — (−6). Сложив полученные уравнения, получили:

1) $x = -4$; 2) $x + 12y = -4$; 3) $17x = -2$; 4) $17x = 4$.

5. Если пара чисел $(a; b)$ — решение системы $\begin{cases} x - 2y = -3, \\ 2x + y = -1, \end{cases}$ то $a + b$ равно:

1) 1; 2) −1; 3) −2; 4) 0.

6. Значение m, при котором система $\begin{cases} \dfrac{x}{4} - \dfrac{y}{5} = m, \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений:

1) не существует; 2) равно 0,1; 3) равно 0; 4) равно 10.

Вариант 2

1. Системой линейных уравнений с двумя переменными является система:

1) $\begin{cases} (x - y)^2 = 1, \\ x - 3y = 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1, \\ -x + 2y = 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - 2y = 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + y = 0, \\ x + 2y = 2. \end{cases}$

2. Из первого уравнения системы $\begin{cases} 3x - 2y = 1, \\ x + 3y = -2 \end{cases}$ выразили переменную y через переменную x. После подстановки этого выражения вместо y во второе уравнение получили:

1) $x + 3(3x - 1) = -2$; 3) $x + 3(3x - y - 1) = -2$;

2) $x + 3\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\right) = -2$; 4) $x + 3\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right) = -2$.

3. Система $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$ имеет те же решения, что и система:

1) $\begin{cases} -6x - 9y = -3, \\ 4x + 5y = -2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ x + \frac{5}{4}y = -\frac{1}{2}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ x - \frac{3}{2}y = \frac{1}{2}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 6x - 9y = 1, \\ 4x + 5y = -2. \end{cases}$

4. Уравнения системы $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$ умножили почленно на такие множители, что коэффициент при x в первом уравнении стал равен 10, а во втором — (−10). Сложив полученные уравнения, получили:

1) $-19y = 5$; 2) $-11y = 5$; 3) $-19y = 1$; 4) $20x - 11y = 5$.

5. Если пара чисел $(a; b)$ — решение системы $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + y = 7, \end{cases}$ то $a + b$ равно:

1) 1; 2) 0; 3) 3; 4) 4.

6. Значение a, при котором система $\begin{cases} \frac{x}{7} - \frac{y}{3} = 3, \\ 3x - 7y = a \end{cases}$ имеет бесконечно много решений:

1) равно $\frac{1}{63}$; 2) равно 0; 3) не существует; 4) равно 63.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

В этом разделе приводятся дополнительные упражнения, содержащие параметры. Некоторые из упражнений можно найти в учебнике Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, И. Е. Феоктистова «Алгебра. Углубленное изучение. 7 класс» (М. : Мнемозина). Решение данных задач целесообразно рассмотреть при итоговом повторении, хотя возможно это сделать и в процессе изучения и закрепления нового материала[1].

Глава 1. **Выражение и множество его значений**

1. Даны множества $A = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ x^2 \leqslant 5\}$ и $B = \{x | x \in \boldsymbol{N},\ |x| \leqslant -k\}$. При каком значении параметра k множество B:
а) является пустым;
б) является собственным подмножеством множества A;
в) является подмножеством множества A?

2. Даны множества $A = \{x | x \in \boldsymbol{Z},\ |x| \leqslant 4\}$ и $B = \{x | x \in \boldsymbol{N},\ x < k + 1\}$. При каком значении параметра k множество B:
а) является пустым;
б) является собственным подмножеством множества A;
в) является подмножеством множества A?

3. При каких значениях параметра p выражение
$$\frac{4x^2 - 2px + p^2}{2x^2 + 2p}:$$
а) определено для любых значений переменной x;
б) определено для любых значений переменной x, кроме нуля?

4. При каких значениях параметра p выражение
$$\frac{4x^2 - 2px + p^2}{2(x - 1)^2 + 2p}:$$
а) определено для любых значений переменной x;
б) определено для любых значений переменной x, кроме нуля?

---

[1] Подборка заданий не является исчерпывающей. Автор будет благодарен всем, кто дополнит эту коллекцию заданиями, прислав их по электронной почте по адресу: feoktistov_ie@rambler.ru.

5. При каких значениях параметра p выражение $\dfrac{x^2 - 2px + p^2}{|x| - p}$:

а) определено для любых значений переменной x;
б) определено для любых значений переменной x, кроме нуля?

6. При каких значениях параметра p выражение $\dfrac{x^2 - 2px + p^2}{|x - 3| + p}$:

а) определено для любых значений переменной x;
б) определено для любых значений переменной x, кроме 3?

Глава 2. **Одночлены**

1. При каких значениях m и n верно равенство:
а) $m^n = 2^4$; б) $m^4 = 2^n$?
2. При каких значениях m и n верно равенство:
а) $(x^m y^2)^3 = (x^3 y^n)^2$;
б) $x^2 \cdot (x^m y)^3 = y \cdot (xy^n)^2$;
в) $\dfrac{(x^m y)^2}{x} = \dfrac{xy^3}{y^n}$?
3. При каких значениях m и n степень одночлена $3 \cdot (2x^n)^m \times$ $\times (-4xy)^2$ равна:
а) 4; б) 5; в) 6?

Глава 3. **Многочлены**

1. При каком значении n значение многочлена $4x^{n+1}y^4 +$ $+ 2x^{n-1}y^2 + n - 1$:
а) неотрицательно;
б) положительно;
в) при целых значениях переменных x и y является нечетным числом?
2. При каком значении n степень многочлена, тождественно равного произведению $(x^n - x + 1)(x - 1)$, равна:
а) 3; б) $2n - 3$?
3. При каком значении a многочлен, тождественно равный произведению $(x^3 + x^2 + 1)(ax - 1)$, имеет положительный старший коэффициент?

4. При каком значении p многочлен, тождественно равный произведению $(x + p)(x^3 + 2x^2 - 2x + 1)$, имеет:
а) свободный член, равный нулю;
б) коэффициент перед x^3, равный 1;
в) коэффициент перед x^2, равный нулю;
г) коэффициенты, сумма которых равна нулю;
д) сумму коэффициентов перед переменной в четной степени, равную сумме коэффициентов перед переменной в нечетной степени.

Глава 4. **Уравнения**

1. При каком значении m уравнение $(m - 1)x = m(m - 1)$:
а) имеет ровно один корень;
б) имеет бесконечное множество корней;
в) имеет хотя бы один корень;
г) не имеет корней;
д) имеет корень $x = 0$;
е) имеет корень, равный -1?
2. При каком значении m уравнение $(m + 1)x = m$:
а) имеет ровно один корень;
б) имеет бесконечное множество корней;
в) имеет хотя бы один корень;
г) не имеет корней;
д) имеет корень $x = 0$;
е) имеет корень, равный -2?
3. При каком значении p уравнение $|x| = 1 - p$:
а) имеет единственный корень;
б) имеет хотя бы один корень;
в) не имеет корней;
г) имеет корень, равный -2?
4. При каком значении a уравнения $5x - a = ax + 3$ и $\frac{2x}{3} - \frac{3}{4} = \frac{x}{4} - \frac{1}{3}$ равносильны?
5. При каком значении p уравнение $2x = p + 1$ имеет:
а) положительный корень;
б) отрицательный корень;
в) корень, который больше числа 3?

6. Найдите все k, при которых является целым числом корень уравнения:

а) $kx = 2$; в) $kx = k - 2$;

б) $(k - 1)x = -2$; г) $(k + 1)x = 2k + 3$.

7. Найдите все значения a, при которых корни уравнений $ax - 3 = (a + 4)(x + 1) + 1$ и $1 - \frac{2x}{3} = 2x + 3$ являются противоположными числами.

Глава 5. **Разложение многочленов на множители**

1. Найдите все целые значения m, при которых квадратный трехчлен $x^2 + mx + 15$ можно разложить на множители — двучлены с целыми коэффициентами.
2. Найдите все целые значения n, не превосходящие 5, при которых квадратный трехчлен $x^2 + 3x + n$ можно разложить на множители — двучлены с целыми коэффициентами.
3. Многочлен $x^3 - 5x + 2$ можно представить в виде произведения двучлена $x - 2$ и квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ с целыми коэффициентами. Найдите:

   а) a; б) c; в) b.
4. При каких k, не превосходящих по модулю 5, уравнение $x^3 + x^2 - kx - k = 0$ имеет:

   а) только один корень;

   б) три различных целых корня;

   в) два целых корня?

Глава 6. **Формулы сокращенного умножения**

1. При каком значении k является полным квадратом квадратный трехчлен:

   а) $4x^2 - kxy + y^2$;

   б) $kx^2 - 4xy + y^2$;

   в) $4x^2 - 12xy + ky^2$?
2. При каких значениях c положительны при любых значениях переменной x значения квадратного трехчлена:

   а) $x^2 - 12x + c$; б) $4x^2 - 12x + c$?
3. При каких значениях c наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 4x + c$ больше, чем 2?

Глава 7. **Функции**

1. Дана линейная функция $y = kx + 2$. При каком значении параметра k график этой функции:
   а) параллелен графику прямой пропорциональности $y = -2x$;
   б) не пересекает график линейной функции $y = -0{,}5x + 4$;
   в) не пересекает ось абсцисс;
   г) проходит через точку $M(-1;\ 1)$;
   д) пересекает ось абсцисс в точке с абсциссой -1;
   е) проходит через точку пересечения графиков функций $y = 2 - x$ и $y = x + 1$;
   ж) пересекает ось абсцисс в точке с положительной абсциссой;
   з) проходит через точку, абсцисса и ордината которой равны;
   и) не содержит точки с противоположными абсциссой и ординатой;
   к) проходит только через одну точку отрезка AB, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$;
   л) проходит хотя бы через одну точку отрезка AD, где $A(1;\ 1)$, $D(1;\ -1)$;
   м) проходит через середину одной из сторон квадрата $ABCD$, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$, $C(3;\ -1)$, $D(1;\ -1)$;
   н) не проходит ни через одну точку квадрата $ABCD$, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$, $C(3;\ -1)$, $D(1;\ -1)$;
   о) симметричен графику функции $y = 4x + 2$ относительно оси ординат;
   п) симметричен графику функции $y = -x - 2$ относительно оси абсцисс;
   р) симметричен графику функции $y = -3x - 2$ относительно начала координат?

2. Дана линейная функция $y = 2x + b$. При каком значении параметра b график этой функции:
   а) проходит через точку $A(-2;\ 1)$;
   б) проходит через точку пересечения графиков функций $y = x - 1$ и $y = 0{,}5x + 1$;
   в) пересекает ось ординат в точке с положительной ординатой;
   г) пересекает ось ординат в точке, сумма абсциссы и ординаты которой отрицательна;
   д) пересекает ось абсцисс в точке с отрицательной абсциссой;
   е) пересекает ось абсцисс в точке, сумма абсциссы и ординаты которой положительна;
   ж) проходит хотя бы через одну точку с положительной абсциссой и отрицательной ординатой;

з) не содержит ни одной точки, абсцисса и ордината которой имеют разные знаки;

и) проходит только через одну точку отрезка AB, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$;

к) не проходит ни через одну точку отрезка AD, где $A(1;\ 1)$, $D(1;\ -1)$;

л) проходит через середину одной из сторон квадрата $ABCD$, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$, $C(3;\ -1)$, $D(1;\ -1)$;

м) не проходит ни через одну точку квадрата $ABCD$, где $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 1)$, $C(3;\ -1)$, $D(1;\ -1)$;

н) симметричен графику функции $y = -2x - 2$ относительно оси Ox;

о) симметричен графику функции $y = -2x - 2$ относительно оси Oy;

п) симметричен графику функции $y = 2x - 2$ относительно начала координат?

3. При каких значениях параметров k и b графики функций $y = kx - 2$ и $y = 2x + b$ симметричны:

а) относительно оси абсцисс; б) относительно оси ординат?

4. Найдите координаты точки, через которую проходит график функции $y = kx - k - 2$ при любых значениях параметра k.

Глава 8. **Системы линейных уравнений**

1. При каких значениях m и n верно равенство

$$\frac{x^{3n}}{x^{2m+1}} = \frac{x^m \cdot x^n}{x^2}?$$

2. При каком значении параметра a график уравнения $2x - ay = 1$ проходит через точку $M(-1;\ -3)$?

3. При каких значениях k график уравнения $(2k - 1)x + (2|k| - 3)y = 17$ параллелен:

а) оси абсцисс; б) оси ординат?

4. При каких значениях m график уравнения $2mx - (1 - 2m)y = 4m - 3$:

а) не пересекает ось абсцисс;

б) не имеет общих точек с осью ординат;

в) проходит через начало координат?

5. При каких значениях a и b график уравнения $ax + by = 3$ проходит через точки $M(2;\ 1)$ и $N(-1;\ 4)$?

6. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $M(2;\ 4)$ и $N(-1;\ 1)$.

7. При каких значениях a и b прямые $ax + by = 4$ и $bx - ay = 7$ пересекаются в точке $(3;\ -2)$?

8. Найдите все значения p, при которых система $\begin{cases} 2x - py = 1, \\ 3x + 4y = -2 \end{cases}$

не имеет решений.

КОММЕНТАРИЙ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Дидактические материалы написаны в соответствии с содержанием учебника Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, И. Е. Феоктистова «Алгебра. 7 класс» (М. : Мнемозина). Каждому параграфу учебника соответствует одна, в некоторых случаях две самостоятельные работы, каждой главе учебника — одна контрольная работа. Все работы рассчитаны на один урок (40—45 минут), за исключением итоговой контрольной работы, рассчитанной на два урока; материал в основном расположен по возрастанию степени трудности (хотя определение уровня сложности носит условный характер).

Самостоятельные работы имеют в большей степени обучающий, чем контролирующий характер. Этому должны, по мнению автора, способствовать еще и основные теоретические сведения, приводимые перед заданиями подготовительного варианта. При выполнении учащимися самостоятельной работы предполагается использование любой справочной литературы (учебник, рабочая тетрадь и др.), в том числе и решенного дома подготовительного варианта.

Теоретические сведения не только помогут учащимся прочнее усвоить основное содержание учебника, но и дадут возможность учителям, работающим по другим учебникам, легче сориентироваться в содержании предлагаемых самостоятельных и контрольных работ.

Некоторые задания самостоятельных работ выходят за рамки указанного учебника, тем не менее весьма близко примыкая и логически продолжая изложенный в книге материал. Поэтому в теоретических сведениях приводятся соответствующие определения, алгоритмы решения задач и минимальные пояснения. Эти задачи вместе с соответствующей теорией целесообразно рассмотреть на уроках, предшествующих проведению самостоятельной работы.

Расширение рамок учебника связано не столько с желанием автора «договорить» теоретический материал до логического завершения, что в принципе невозможно в силу возрастных особенностей учащихся, сколько с попыткой хоть немного разгрузить 9—11-й классы. Ни для кого не секрет, что в последние десятилетия происходит упрощение школьного курса математики из-за недостатка учебных часов. В то же самое время задания вступительных экзаменов в вузы не только не упрощаются, но, напротив, становятся сложнее, разнообразнее, изощреннее. Поэтому «ранняя специализация», раннее знакомство с методами решения тех или иных задач становятся все более и более актуальным. Тем не менее в случае недостатка времени или по каким-либо другим причинам этот материал можно не рассматривать, а сами задания можно исключить или заменить.

Количество упражнений самостоятельных и контрольных работ, так же как и их содержание, часто оказывается избыточным. Используемый автором принцип избыточности контрольных и самостоятельных работ — это не попытка охватить в работе как можно больше различных упражнений, «объять необъятное». Здесь присутствует и общая тенденция укрупнения контрольных работ (так же, как это происходит с экзаменационными работами в 9-м классе, проводимыми по сборнику Л. В. Кузнецовой и др. или по сборнику под редакцией С. А. Шестакова). Кроме того, учителю значительно проще удалить из текста то или иное задание, нежели придумывать недостающее.

Принцип избыточности контрольных и самостоятельных работ имеет и еще одну важную причину. Предполагается, что учитель будет предлагать учащимся *все задания*, но критерий выставления оценки будет таким, чтобы у учащихся одно или, может быть, два упражнения оказались «лишними», дополнительными (выполняются по желанию учащихся). За решение таких задач выставляется дополнительная отметка. Подобная практика предлагать учащимся выбирать свой «обязательный» минимальный уровень дает возможность ученикам при выполнении работы ответить на вопрос, какой материал они усвоили лучше. Кроме того, дополнительное упражнение в контрольной или самостоятельной работе для сильных учащихся является «запасным парашютом» на случай какой-либо ошибки или описки: учитель вместо упражнения, в котором допущена ошибка, может засчитать дополнительное упражнение.

Наличие дополнительных упражнений и предлагаемая система оценивания контрольных и самостоятельных работ создают благоприятную в психологическом отношении обстановку в классе, что также немаловажно.

Перед началом работы учитель должен объявить (а лучше — записать) критерий оценки и напомнить, что последнее задание — вовсе не самое сложное (в действительности часто так и есть!). Это позволит учащимся сознательно подойти к выбору «собственного обязательного минимума», что, вообще говоря, является серьезной мыслительной работой (оценка своих возможностей и свой выбор — это всегда не просто!). Практика показывает, что дополнительное задание, не являясь обязательным, часто вызывает у учащихся даже больший интерес, нежели задания, проверяющие обязательный уровень знаний, умений и навыков. И здесь следует также предостеречь учащихся: они могут за урок решить лишь два последних, два самых трудных и интересных упражнения, но при этом получат за работу неудовлетворительную отметку, так как не наберут нужного количества баллов.

Несколько слов об оценке за письменную работу в математическом классе. Согласно нормативным документам отметка «удовлетворительно» для учащихся общеобразовательного и для учащихся математического класса должна быть равноценной. На практике этого не происходит. Ученику математического класса для получения «тройки» приходится выполнять значительно больше заданий, причем куда более высокого качества. Ученик в общеобразовательном классе вместо этой «тройки» имел бы в худшем случае «четыре». По мнению автора, «удовлетворительно» должен получить ученик, выполнивший «общеобразовательную» составляющую письменной работы. Однако автор не в состоянии преодолеть сложившиеся за последние 30—40 лет «оценочные ножницы»; «удовлетворительно» в представленных работах, чем в работах для общеобразовательных классов.

Контрольные работы имеют контролирующий характер: при их выполнении учащимся нельзя пользоваться никакими справочными материалами, в том числе решенным дома подготовительным вариантом. Несмотря на то что в программе по математике есть темы, связанные с вычислениями на калькуляторе, автор (по целому ряду причин) считает, что использование калькуляторов во время проведения контрольной или самостоятельной работы (как и вообще на уроке математики за редким-редким исключением) нецелесообразно. В этом мнении автора убеждает еще и запрет использовать калькулятор во время вступительных экзаменов в ряде вузов.

Для того чтобы учитель мог правильно расставить некоторые акценты в преподавании алгебры в 7-м классе с углубленным изучением математики, необходимо кратко прокомментировать содержание заданий самостоятельных и контрольных работ. Нужно иметь в виду, что эти комментарии носят субъективный характер, отражают лишь конкретный опыт автора в преподавании алгебры в 7-м классе с углубленным изучением математики и в 7-м классе с обычной программой по математике.

Самостоятельная работа № 1. Повторение материала 5—6-го классов вместе с элементами нового. В частности, новым материалом является задание с вычислением координаты середины отрезка с концами в точках с данными координатами — упражнение 3. Хотя с помощью координатной прямой можно выполнить задание и без знания общей формулы. Остальные задания работы вполне традиционны. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных заданий, «3» — за четыре.

Материал *самостоятельной работы № 2* по большей части не входит в программу общеобразовательных классов, хотя не является сложным для учащихся. Тем не менее учащиеся общеобразовательного класса должны уметь пользоваться некоторыми обозначениями, используемыми в данной работе. Так, ученикам должны быть знакомы обозначения основных числовых множеств, пустого множества, знака принадлежности. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных заданий, «3» — за четыре.

Упражнения *самостоятельной работы № 3* охватывают материал, традиционно изучаемый в классах с общеобразовательной программой по математике. Исключение составляет лишь формулировка заданий 1 и 8. Новыми для школьной математики являются тема «Элементы статистики» и посвященное ей упражнение 6. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных заданий, «3» — за четыре.

Контрольная работа № 1. Несмотря на то что в основном материал контрольной работы несложный и большей своей частью смыкается с тематикой общеобразовательного класса, почти в каждом задании есть что-то, что учащимся нематематического класса может быть незнакомо. Лишь задания 1 и 4 можно предложить сильным учащимся общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за пять верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 4. Несмотря на то что тема «Степень с натуральным показателем» изучается и в общеобразовательных классах, в самостоятельной работе содержатся лишь два упражнения, характерные для классов с общеобразовательной программой по математике. Это упражнения 1 и 3. Остальные задания содержат «изюминки», представляющие определенную трудность для учащихся. Так, в упражнении 2 трудность состоит уже в том, что учащимся предлагается оперировать буквенными показателями степеней, что в свою очередь ведет к умению приводить подобные слагаемые. Эти же трудности встретят учащиеся в упражнениях 5 и 6. Последнее упражнение может оказаться сложным для некоторых учащихся, так как связано с понятиями НОД и НОК, изучавшимися в 6-м классе. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 5 посвящена понятию одночлена и является обязательной как для математических, так и для нематематических классов. Сложными для учащихся таких классов окажутся упражнения 4 б), 5 б), 6 и 7. Упражнение 4 б) сложно для учащихся тем, что в показателе степени — переменная. В упражнении 5 б) нужно уметь применять все свойства степени, а перед этим каждое число представить в виде степени. Задание 6 — фактически показательное уравнение, при решении которого используются не свойства показательной функции, а свойства степени: если две степени с одинаковым основанием равны, то показатели степеней также равны. Это очевидное свойство степеней даже не нуждается в особом объяснении. Задание 7 — это результат исследования степеней, оканчивающихся на цифру 1, 9, 3, 7, — упражнение для учащихся математического класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Контрольная работа № 2. Первые шесть упражнений вполне доступны учащимся общеобразовательного класса. Исключение составляют задания 2 в), 3 в), 4 б), 6 б), в которых содержится степень с буквенным показателем. Критерий оценки: «5» — за восемь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 6. На изучение многочленов отводится много времени как в общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением математики. Первые три упражнения самостоятельной работы можно отнести к минимальному уровню сложности даже в общеобразовательном классе. Упражнения 4 и 5 доступны более сильным учащимся общеобразовательного класса, а упражнения 6 и 7 — для «математиков». Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 7. Несмотря на то что тема «Сумма, разность и произведение многочленов» изучается в классах любого профиля и направления, самостоятельная работа в большей степени рассчитана на учащихся математического класса. К базовой части можно отнести лишь первые два упражнения. Остальные задания несколько глубже общеобразовательного уровня. Последнее задание является заданием на повторение. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных заданий, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 8. Упражнения 3, 5 и 6 являются более сложными в сравнении с заданиями соответствующих работ для общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных заданий, «3» — за три.

Контрольная работа № 3. Упражнения 4, 5, 7 учащимся общеобразовательного класса будут слишком сложны и, может быть, непонятны. А вот с остальными заданиями они могут справиться. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 9. К заданиям, доступным для учащихся общеобразовательных классов, можно отнести лишь упражнения 1 и 3. Остальные задания так или иначе выходят за рамки стандартов математического образования базового уровня. Упражнение 2 направлено на закрепление понимания учащимися свойств уравнений (равносильность уравнений). В этом упражнении возможно использование знака равносильности, однако это может оказаться преждевременным, и в самостоятельной работе он не используется, впрочем, так же как и в учебнике. Упражнение 5 продолжает линию решения уравнений с модулем (учащиеся повторили этот материал перед самостоятельной работой № 1). Отличительной чертой изучения темы «Уравнение с одной переменной» в классе с углубленным изучением математики является полное рассмотрение числа решений линейного уравнения $ax=b$ в зависимости от коэффициентов a и b — это фактически первое использование параметров в 7-м классе. Этому материалу посвящено упражнение 6. Уравнения с параметром — это еще одна отличительная черта изучения алгебры в 7-м классе с углубленным изучением математики. С параметрами учащиеся встретятся в упражнениях 4, 6 и 7. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 10 посвящена решению уравнений, сводящихся к линейному уравнению или к совокупности линейных уравнений. О совокупности уравнений в учебнике сказано вскользь, и, естественно, никаких знаков совокупности не показано. Это делать преждевременно. Но работать с понятием можно и нужно. В данной работе находит свое дальнейшее продолжение линия уравнений с модулем — задание 5 и линия уравнений с параметром — задания 4 и 6. Критерий оценки: «5» — за пять верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 11. Решение текстовых задач — традиционно сложная для учащихся 7-го класса тема. Поскольку в работе требуется показать не столько умение получать правильный ответ (подбором или арифметическим способом), сколько составлять уравнения, т. е. требуется показать начальные навыки математического моделирования, то упражнений предлагается немного. Все они не превышают уровень сложности общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за три верно выполненных упражнения, «3» — за одно.

Контрольная работа № 4. Первые четыре задания доступны учащимся, изучающим математику по программе общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 12. К нестандартным для учащихся общеобразовательного класса можно отнести упражнения 1 в), 2 в) (буквенный показатель степени), 4 и 7. Остальные задания могут быть предложены различным группам учащихся общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 13. Разложение на множители применяется либо для упрощения каких-либо вычислений (задание 2), либо для доказательства утверждений (задание 3), либо для решения уравнений (все остальные задания). При этом некоторые задания выходят за рамки общеобразовательного курса математики (задания 4 б) и в), 5, 6, 7). Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Контрольная работа № 5. Для учащихся общеобразовательного класса доступны лишь первые два упражнения. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 14. Все задания, кроме 1 в) и 7, доступны учащимся общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 15. «Квадрат суммы и квадрат разности двух выражений» — стандартная тема с уже устоявшимся набором упражнений. Поэтому большая часть заданий этой самостоятельной работы доступна учащимся общеобразовательного класса. Исключение составляют упражнение 5, подразумевающее три различных решения, и упражнение 8, в котором появляются два уравнения, множество решений каждого из которых пусто, отчего оба уравнения оказываются равносильными. Последнее задание включено в работу для того, чтобы у учащихся не сформировалось понимание равносильности в смысле «тогда и только тогда, когда...». Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 16. Тема «Квадратный трехчлен» изучается в общеобразовательных классах значительно позже — в начале 9-го класса (по учебнику тех же авторов, но под редакцией С. А. Теляковского). Поэтому все задания этой работы для учащихся 7-го общеобразовательного класса выходят за рамки стандарта. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 17. Куб суммы и куб разности, сумму и разность кубов в последнее время некоторые методисты стали относить к необязательным темам курса алгебры 7-го класса. Таким образом, большая часть предложенных заданий превышает минимальный уровень знаний учащихся. А некоторые из них традиционно относятся к темам для математических классов. Это, конечно, квадрат суммы нескольких слагаемых — упражнение 1. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 18 посвящена той же теме. Однако упражнения значительно разнообразнее: это и стандартное разложение на множители, и рационализация вычислений, и доказательство тождеств. Особую сложность у учащихся может вызвать упражнение 5, являющееся пропедевтикой вывода формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии. Наиболее сложными являются упражнения, в которых по точкам нужно построить графики абсолютно незнакомых, да еще и кусочно-заданных функций. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Контрольная работа № 6. Учащимся, изучающим математику в общеобразовательном классе, можно предложить первые три упражнения, исключив задания 1 в) и г), 2 г) и д). Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 19 посвящена первоначальным сведениям, связанным с функцией. Уже на этом раннем этапе учащимся математических классов предлагается целый ряд понятий, вводимых в общеобразовательных классах позже. Это относится в том числе и к функциональной символике, которая на первых этапах мало используется в упражнениях. Критерий оценки: «5» — за пять верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 20 содержит целый ряд традиционных для данной темы упражнений, использующихся и в классах с обычной программой по математике. Непривычными являются лишь задания 7 и 8. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 21. Все задания, кроме упражнения 1, существенно превышают общеобразовательный уровень. Критерий оценки: «5» — за пять верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 22. Степенная функция с натуральным показателем изучается в общеобразовательных классах значительно позже, в том числе функции $y = x^2$ и $y = x^3$. Потому все задания превышают уровень знаний учащихся 7-го общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Контрольная работа № 7. Первые пять заданий работы доступны учащимся классов с нагрузкой, не превышающей 4 часов алгебры в неделю. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 23. Тема «Уравнения с двумя переменными» является традиционной для классов любого профиля. Первые пять заданий доступны учащимся общеобразовательного класса. Упражнение 7 (решение уравнения в целых числах) встречается в учебниках для классов с углубленным изучением математики и в олимпиадных задачах. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 24. Упражнения этой самостоятельной работы посвящены таким понятиям, как система уравнений с двумя неизвестными, решение системы уравнений с двумя неизвестными, графический способ решения систем линейных уравнений с двумя неизвестными и способ подстановки. Все они изучаются в общеобразовательных классах. Поэтому первые пять заданий доступны учащимся классов любого уровня. Последние два упражнения — для учащихся классов с углубленным изучением математики. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Самостоятельная работа № 25 посвящена способу сложения при решении систем уравнений с двумя или тремя неизвестными, а также задачам, приводящим к подобным системам. Первые пять упражнений доступны учащимся общеобразовательного класса, последние два — для «математиков». Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Контрольная работа № 8. В работе первые четыре упражнения не выходят за рамки программы по математике в общеобразовательном классе. Критерий оценки: «5» — за шесть верно выполненных упражнений, «3» — за три.

Итоговая контрольная работа. Упражнения 1 в), 5 и 8 превышают уровень знаний учеников общеобразовательного класса. Критерий оценки: «5» — за семь верно выполненных упражнений, «3» — за четыре.

Задания в тестовой форме в последние два десятилетия стали широко использоваться для проведения контроля знаний, умений и навыков учащихся при изучении математики. Составление таких заданий, их апробация являются делом непростым. По мнению специалистов, от момента создания теста до признания его приемлемым для использования в школе проходит от 3 до 5 лет, и занимается этим не один человек, а целые коллективы. Поэтому тестовые задания для первичного закрепления материала лучше не составлять самому, а использовать для этого тесты лаборатории аттестационных технологий МИПКРО[1]. За основу предложенных ниже тестов взят «Сборник тестовых заданий для тематического и итогового контроля по алгебре для 7 класса» (М. : Интеллект-Центр, 1999).

Тесты носят контролирующий характер, задания охватывают лишь основной материал учебника. Для того чтобы исключить возможность угадывания (а заодно и списывания, которое при проверке знаний в тестовой форме выполнить значительно легче), учащимся нужно дать контрольное задание, подтверждающее самостоятельность выполнения теста. Номер этого задания учитель должен назвать ученику непосредственно перед сдачей работы на проверку. Естественно, у разных учащихся должны быть разные контрольные номера. Учащихся нужно предупредить, что если они не решили контрольный номер, то за тест ставится оценка «2» (при этом считается, что ученик угадал или списал ответы *всех* заданий, а не только ответ контрольного номера). В случае если ученик получил неверный ответ (он, естественно, об этом не знает), он должен привести полное решение. При его наличии этот номер не засчитывается как правильно выполненный, но зато считается, что ученик самостоятельно выполнял задания теста. Критерий оценки может быть таким: за три и четыре задания — оценка «3», за пять заданий — «4», за шесть заданий — «5».

1 МИПКРО — Московский институт повышения квалификации работников образования, в настоящий момент МИОО — Московский институт открытого образования.

При подготовке контрольных и самостоятельных работ автор черпал идеи, а иногда (крайне редко) и сами задания из следующих источников (в порядке их значимости для создания пособия):

1. *Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Феоктистов И. Е.* Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений. — М. : Мнемозина, 2007.

2. *Звавич Л. И., Шляпочник Л. Я., Козулин Б. В.* Контрольные и проверочные работы по алгебре. 7 класс : методическое пособие. — М. : Дрофа, 2002.

3. *Ершова А. П., Голобородько В. В., Ершова А. С.* Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса. Разноуровневые дидактические материалы. — М. ; Харьков : Илекса, Гимназия, 1998.

4. *Зив Б. Г., Гольдич В. А.* Дидактические материалы по алгебре для 7 класса — С.-Петербург : ЧеРо-на-Неве, 2002.

5. *Звавич Л. И., Кузнецова Л. В., Суворова С. Б.* Дидактические материалы по алгебре для 7 класса. — М. : Просвещение, 1991.

6. *Звавич Л. И., Аверьянов Д. И., Пигарев Б. П., Трушанина Т. Н.* Задания для подготовки к письменному экзамену по математике в 9 классе : пособие для учителя. — М. : Просвещение, 1999.

7. *Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И.* Сборник задач по алгебре для 8—9 классов : учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. — М. : Просвещение, 1992.

8. *Звавич Л. И., Рязановский А. Р.* Алгебра. 8 класс : задачник для классов с углубленным изучением математики. — М. : Мнемозина, 2002.

9. *Кузнецова Л. В., Бунимович Е. А., Пигарев Б. П., Суворова С. Б.* Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс. — М. : Дрофа, 2004.

Первоначальный вариант самостоятельных и контрольных работ был опубликован в журнале «Математика в школе»: Феоктистов И. Е., «Углубленное изучение математики в 7 классе», № 6 и № 9, 2004 г. Этот вариант дидактических материалов рассчитан на предшествующее издание учебника Макарычева Ю. Н., Миндюк Н. Г. и Нешкова К. И. «Алгебра. Учебник для 7 класса с углубленным изучением математики» (М. : Мнемозина, 2003). Отличия журнального варианта дидактических материалов малосущественны: в них отсутствуют упражнения, посвященные элементам математической статистики.

ПРИМЕРНОЕ ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 часов в неделю, всего 170 часов

№ урока	Изучаемый материал	Кол-во часов
	Повторение материала 5—6 класса (6 ч)	
1	Десятичные дроби, действия с десятичными дробями	1 ч
2	Обыкновенные дроби, действия с обыкновенными дробями	1 ч
3	Проценты. Решение задач на проценты	1 ч
4	Числовая прямая и координатная плоскость	1 ч
5	Модуль числа. Геометрический смысл модуля	1 ч
6	*Самостоятельная работа № 1* (повторение)	1 ч
	Глава 1. Выражение и множество его значений (15 ч)	
	§ 1. Множества (5 ч)	
7, 8	Множество. Элемент множества (п. 1)	2 ч
9, 10	Подмножество (п. 2)	2 ч
11	*Самостоятельная работа № 2* (§ 1)	1 ч
	§ 2. Числовые выражения и выражения с переменными (10 ч)	
12, 13	Числовые выражения (п. 3)	2 ч
14, 15	Статистические характеристики (п. 4)	2 ч
16, 17	Выражения с переменными (п. 5)	2 ч
18	*Самостоятельная работа № 3* (§ 2)	1 ч
19, 20	Решение дополнительных упражнений к главе 1	2 ч
21	*Контрольная работа № 1* (глава 1)	1 ч
	Глава 2. Одночлены (17 ч)	
	§ 3. Степень с натуральным показателем (7 ч)	
22—24	Определение степени с натуральным показателем (п. 6)	3 ч
25, 26	Умножение и деление степеней (п. 7)	2 ч
27	*Самостоятельная работа № 4* (§ 3)	1 ч
	§ 4. Одночлен и его стандартный вид (10 ч)	
28—30	Одночлен. Умножение одночленов (п. 8)	3 ч
31—33	Возведение одночлена в степень (п. 9)	3 ч
34	Тождества (п. 10)	1 ч
35	*Самостоятельная работа № 5* (§ 4)	1 ч
36, 37	Решение дополнительных упражнений к главе 2	2 ч
38	*Контрольная работа № 2* (глава 2)	1 ч
	Глава 3. Многочлены (19 ч)	
	§ 5. Многочлен и его стандартный вид (5 ч)	
39, 40	Многочлен. Вычисление значений многочленов (п. 11)	2 ч

№ урока	Изучаемый материал	Кол-во часов
41, 42	Стандартный вид многочлена (п. 12)	2 ч
43	*Самостоятельная работа № 6* (§ 5)	1 ч
	§ 6. Сумма, разность и произведение многочленов (14 ч)	
44—46	Сложение и вычитание многочленов (п. 13)	3 ч
47, 48	Умножение одночлена на многочлен (п. 14)	2 ч
49	*Самостоятельная работа № 7* (§ 6)	1 ч
50—53	Умножение многочлена на многочлен (п. 15)	4 ч
54	*Самостоятельная работа № 8* (§ 6)	1 ч
55, 56	Решение дополнительных упражнений к главе 3	2 ч
57	*Контрольная работа № 3* (глава 3)	1 ч
	Глава 4. Уравнения (18 ч)	
	§ 7. Уравнение с одной переменной (5 ч)	
58, 59	Уравнение и его корни (п. 16)	2 ч
60, 61	Линейное уравнение с одной переменной (п. 17)	2 ч
62	*Самостоятельная работа № 9* (§ 7)	1 ч
	§ 8. Решение уравнений и задач (13 ч)	
63—66	Решение уравнений, сводящихся к линейным (п. 18)	4 ч
67	*Самостоятельная работа № 10* (§ 8)	1 ч
68—71	Решение задач с помощью уравнений (п. 19)	4 ч
72	*Самостоятельная работа № 11* (§ 8)	1 ч
73, 74	Решение дополнительных упражнений к главе 4	2 ч
75	*Контрольная работа № 4* (глава 4)	1 ч
	Глава 5. Разложение многочленов на множители (13 ч)	
	§ 9. Способы разложения многочлена на множители (5 ч)	
76, 77	Вынесение общего множителя за скобки (п. 20)	2 ч
78, 79	Способ группировки (п. 21)	2 ч
80	*Самостоятельная работа № 12* (§ 9)	1 ч
	§ 10. Применение разложения многочлена на множители (8 ч)	
81, 82	Вычисления. Доказательство тождеств (п. 22)	2 ч
83, 84	Решение уравнений с помощью разложения на множители (п. 23)	2 ч
85	*Самостоятельная работа № 13* (§ 10)	1 ч
86, 87	Решение дополнительных упражнений к главе 5	2 ч
88	*Контрольная работа № 5* (глава 5)	1 ч
	Глава 6. Формулы сокращенного умножения (28 ч)	
	§ 11. Разность квадратов (7 ч)	
89—91	Умножение разности двух выражений на их сумму (п. 24)	3 ч

№ урока	Изучаемый материал	Кол-во часов
92—94	Разложение на множители разности квадратов (п. 25)	3 ч
95	*Самостоятельная работа № 14* (§ 11)	1 ч
	§ 12. Квадрат суммы и квадрат разности (8 ч)	
96, 97	Возведение в квадрат суммы и разности (п. 26)	2 ч
98, 99	Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности (п. 27)	2 ч
100	*Самостоятельная работа № 15* (§ 12)	1 ч
101	Квадратный трехчлен (п. 28)	1 ч
102	*Самостоятельная работа № 16* (§ 12)	1 ч
103	Квадрат суммы нескольких слагаемых (п. 29)	1 ч
	§ 13. Куб суммы и куб разности. Сумма и разность кубов (13 ч)	
104, 105	Возведение в куб суммы и разности (п. 30)	2 ч
106, 107	Разложение на множители суммы и разности кубов (п. 31)	2 ч
108	*Самостоятельная работа № 17* (§ 12, 13)	1 ч
109	Разложение на множители разности n-х степеней (п. 32)	1 ч
110—112	Различные способы разложения многочленов на множители (п. 33)	3 ч
113	*Самостоятельная работа № 18* (§ 13)	1 ч
114, 115	Решение дополнительных упражнений к главе 6	2 ч
116	*Контрольная работа № 6* (глава 6)	1 ч
	Глава 7. Функции (21 ч)	
	§ 14. Функции и их графики (6 ч)	
117, 118	Что такое функция (п. 34)	2 ч
119, 120	График функции (п. 35)	2 ч
121	Графическое представление статистических данных (п. 36)	1 ч
122	*Самостоятельная работа № 19* (§ 14)	1 ч
	§ 15. Линейная функция (8 ч)	
123, 124	Прямая пропорциональность (п. 37)	2 ч
125, 126	Линейная функция и ее график (п. 38)	2 ч
127	*Самостоятельная работа № 20* (§ 15)	1 ч
128, 129	Взаимное расположение графиков линейных функций (п. 39)	2 ч
130	*Самостоятельная работа № 21* (§ 15)	1 ч
	§ 16. Степенная функция с натуральным показателем (7 ч)	
131, 132	Функция $y = x^2$. Степенная функция с четным показателем (п. 40)	2 ч
133	Функция $y = x^3$. Степенная функция с нечетным показателем (п. 41)	1 ч

Окончание табл.

№ урока	Изучаемый материал	Кол-во часов
134	*Самостоятельная работа № 22* (§ 16)	1 ч
135, 136	Решение дополнительных упражнений к главе 7	2 ч
137	*Контрольная работа № 7* (глава 7)	1 ч
	Глава 8. Системы линейных уравнений (25 ч)	
	§ 17. Линейные уравнения с двумя переменными (7 ч)	
138, 139	Уравнения с двумя переменными (п. 42)	2 ч
140, 141	Линейное уравнение с двумя переменными и его график (п. 43)	2 ч
142, 143	Решение линейных уравнений в целых числах (п. 44)	2 ч
144	*Самостоятельная работа № 23* (§ 17)	1 ч
	§ 18. Системы линейных уравнений и способы их решения (18 ч)	
145, 146	Система линейных уравнений. Графическое решение системы (п. 45)	2 ч
147, 148	Способ подстановки (п. 46)	2 ч
149—151	Способ сложения (п. 47)	3 ч
152	*Самостоятельная работа № 24* (§ 18)	1 ч
153—156	Решение задач с помощью систем уравнений (п. 48)	4 ч
157, 158	Системы линейных уравнений с тремя переменными (п. 49)	2 ч
159	*Самостоятельная работа № 25* (§ 18)	1 ч
160, 161	Решение дополнительных упражнений к главе 8	2 ч
162	*Контрольная работа № 8* (глава 8)	1 ч
	Итоговое повторение (8 ч)	
163	Выражение и множество его значений (глава 1)	1 ч
164	Одночлены (глава 2)	1 ч
165	Многочлены (глава 3)	1 ч
166	Уравнения (глава 4)	1 ч
167, 168	Формулы сокращенного умножения (глава 6)	2 ч
169, 170	*Итоговая контрольная работа (зачет)*	2 ч

ОТВЕТЫ

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Самостоятельная работа № 1

Подготовительный вариант. **1.** $4\frac{1}{6}$. **2.** 55. **3.** $P(-50{,}5)$. **4.** 112 см; 640 см^2. **5.** 62,5%. **6.** 120 кг. **7.** а) ± 7; 0; $\varnothing$; б) 9 и -5; 2; $\varnothing$. **8.** 0,6. Вариант 1. **1.** 1. **2.** 8. **3.** $P(1)$. **4.** 306 см; 5670 см^2. **5.** 25 учащихся. **6.** Во втором руднике на 5% больше. **7.** а) ± 4; 0; $\varnothing$; б) 5 и 1; 3; $\varnothing$. **8.** 1. Вариант 2. **1.** 3. **2.** 10. **3.** $P(2)$. **4.** 264 см; 4160 см^2. **5.** 50 км. **6.** Во втором растворе на 5% больше. **7.** а) ± 3; 0; $\varnothing$; б) 7 и 1; 4; $\varnothing$. **8.** 2. Вариант 3. **1.** 1,6. **2.** 30,3. **3.** 2,65. **4.** 31,2 дм; 43,2 дм^2. **5.** Медь — 502,4 г, цинк — 278,4 г, свинец — 19,2 г. **6.** На 20%. **7.** а) $\pm 2{,}7$; 0; $\varnothing$; б) 3,7 и $-1{,}7$; 1; $\varnothing$. **8.** 6.

Самостоятельная работа № 2

Подготовительный вариант. **1.** $X = \{$а; б; р; к; д$\}$, а $\in X$, с $\notin X$. **2.** $A = \{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}$, $14 \in A$, $15 \notin A$. **3.** $\varnothing$, $\{3\}$, $\{0\}$, $\{7\}$, $\{3; 0\}$, $\{3; 7\}$, $\{0; 7\}$, $\{0; 3; 7\}$. **4.** $B = \{1; 4; 11\}$, $C = \{-2; 0; 1; 4; 11\}$, $B \subset C$, рис. 27. **5.** $M = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $M = K$. **6.** а) $A = \{x | x = n^2, n \in \boldsymbol{Z}, n \leqslant 5\}$; б) $B = \{x | x = 4n - 3, n \in \boldsymbol{N}, n \leqslant 6\}$. **7.** 25 л.

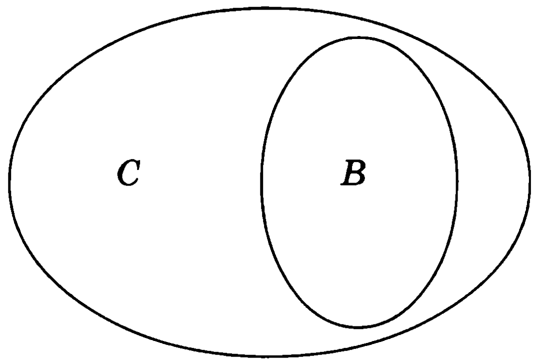


Рис. 27

Вариант 1. **1.** $X = \{$п; е; р; с; ч; н; и$\}$, с $\in X$, а $\notin X$. **2.** $A = \{1; 2; 5; 10; 25; 50\}$, $10 \in A$, $20 \notin A$. **3.** $\varnothing$, $\{-1\}$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{-1; 0\}$, $\{-1; 1\}$, $\{0; 1\}$, $\{-1; 0; 1\}$. **4.** $B = \{1; 5; 10\}$, $C = \{-5; 0; 1; 5; 10\}$, $B \subset C$, рис. 7. **5.** $M = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$, $M = K$. **6.** $B = \{x | x = 3n + 1, n \in \boldsymbol{N}, n \leqslant 7\}$. **7.** 14 л. Вариант 2. **1.** $X = \{$п; е; р; с; ч; н; и; л$\}$, с $\in X$, а $\notin X$. **2.** $A = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$, $8 \in A$, $25 \notin A$. **3.** $\varnothing$, $\{-2\}$, $\{0\}$, $\{2\}$, $\{-2; 0\}$, $\{-2; 2\}$, $\{0; 2\}$, $\{-2; 0; 2\}$. **4.** $B = \{1; 3; 17\}$, $C = \{-4; 0; 1; 3; 17\}$, $B \subset C$, рис. 7. **5.** $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $M = K$. **6.** $A = \{x | x = 3n + 2, n \in \boldsymbol{N}, n \leqslant 7\}$. **7.** 240 человек. Вариант 3. **1.** $X = \{$к; о; р; т; п; н; и; м; е$\}$, и $\in X$, а $\notin X$. **2.** $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$, $12 \in A$, $24 \notin A$. **3.** $\varnothing$, $\{\alpha\}$, $\{\beta\}$, $\{\gamma\}$, $\{\delta\}$, $\{\alpha; \beta\}$, $\{\alpha; \gamma\}$, $\{\alpha; \delta\}$, $\{\beta; \gamma\}$, $\{\beta; \delta\}$, $\{\gamma; \delta\}$, $\{\alpha; \beta; \gamma\}$, $\{\alpha; \beta; \delta\}$, $\{\alpha; \gamma; \delta\}$, $\{\beta; \gamma; \delta\}$, $\{\alpha; \beta; \gamma; \delta\}$. **4.** $B = \{2; 5; 19\}$, $C = \{-1; 0; 2; 5; 19\}$, $B \subset C$, рис. 7. **5.** $M = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $M = K$. **6.** $B = \{x | x \in \boldsymbol{Z}, |x| \leqslant 4\}$. **7.** 6 человек.

Самостоятельная работа № 3

Подготовительный вариант. **1.** $A = \{x | x = 11n, n \in N\}$, $B = \{x | x = 7n - 4, n \in N\}$. **2.** 3,75. **3.** При всех, кроме $a = -2$. **4.** При $a = -1$ и $a = 1$.

5. Если x км/ч — скорость течения реки, то можно составить уравнение $\frac{15}{8+x} + \frac{15}{8-x} = 4$. **6.** а) 2; б) 5; в) 4; г) 4; д) 4.

7.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{4x-x^2}{x-1}$	6,4	5,25	4	2,5	0	–	4	1,5	0

8. а) 4; б) 1,5; в) $\frac{1}{3}$. Вариант 1. **1.** $A = \{x \mid x = 8n,\ n \in N\}$, $B = \{x \mid x = 8n - 7,\ n \in N\}$. **2.** $-19\frac{1}{3}$. **3.** При всех, кроме $a = -7$. **4.** При $a = -7$ и $a = 7$. **5.** Если x км/ч — скорость течения реки, то можно составить уравнение $\frac{25}{10+x} + \frac{25}{10-x} = 5$. **6.** а) 1; б) 5; в) 4,4; г) 4; д) 4.

7.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{4-x^2}{x-1}$	1,25	0	$-1,5$	-4	–	0	$-2,5$

8. а) -1; б) -6; в) $1\frac{2}{3}$. Вариант 2. **1.** $A = \{x \mid x = 13n,\ n \in N\}$, $B = \{x \mid x = 13n - 1,\ n \in N\}$. **2.** $-1,4$. **3.** При всех, кроме $a = -3$. **4.** При $a = -3$ и $a = 3$. **5.** Если x км/ч — скорость течения реки, то можно составить уравнение $\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = 6$. **6.** а) 2; б) 5; в) 4,4; г) 5; д) 5.

7.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{2x-x^2}{x-1}$	3,75	$2\frac{2}{3}$	1,5	0	–	0	$-1,5$

8. а) 6; б) 1; в) -3. Вариант 3. **1.** $A = \{x \mid x = 17n,\ n \in N\}$, $B = \{x \mid x = 17n - 16,\ n \in N\}$. **2.** $-3\frac{28}{95}$. **3.** При всех, кроме $a = 1$. **4.** Нет таких значений a, при которых выражение не имеет смысла. **5.** $2x + 3(7 - x) = 17$ или $3x + 2(7 - x) = 17$. **6.** а) 2; б) 5; в) 4,2; г) 4 и 5; д) 4.

7.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{x^2+x+1}{x+1}$	$-3,5$	-3	–	1	1,5	$2\frac{1}{3}$	3,25

8. а) 0,5; б) 12; в) 2,2.

Самостоятельная работа № 4

Подготовительный вариант. **1.** а) $\frac{27}{32}$; б) $-0{,}5$. **2.** а) a^{2n+2}; б) x^2. **3.** 27,5. **4.** а) 2; -2; б) $-0{,}2$; в) 0. **5.** $\{2\}$.

6.

m	0	1	2	3	4
$(-1)^m \cdot \frac{1}{m-1} + \frac{m}{m+1}$	1	–	$\frac{1}{3}$	1,25	$\frac{7}{15}$

7. НОД $(a; b) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$, НОК $(a; b) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$. Вариант 1. **1.** а) $\frac{76}{81}$; б) $\frac{1}{3}$. **2.** а) a^{3n+1}; б) x^{2n-1}. **3.** 32. **4.** а) 1,4; $-1{,}4$; б) 0,75; в) 0. **5.** $\{-2\}$.

6.

m	0	1	2	3	4
$(-1)^m \cdot (2m-1) - 1$	-2	-2	2	-6	6

7. НОД $(a; b) = 3^5 \cdot 7^{11}$, НОК $(a; b) = 2^5 \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 7^{13}$. Вариант 2. **1.** а) $-1\frac{13}{16}$; б) $\frac{1}{9}$. **2.** а) a^{3n+1}; б) x^{3n-1}. **3.** 2. **4.** а) 1,2; $-1{,}2$; б) 0,8; в) 0. **5.** $\{2\}$.

6.

m	-1	0	1	2	3
$(-1)^{m+1} \cdot (2m-2) + 1$	-3	3	1	-1	5

7. НОД $(a; b) = 2^6 \cdot 5^{11}$, НОК $(a; b) = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^{13} \cdot 7$. Вариант 3. **1.** а) $2\frac{15}{64}$; б) $-1{,}5$. **2.** а) a^{4n+1}; б) x^n. **3.** 11. **4.** а) -4; 4; б) $-0{,}3$; в) 0. **5.** $\{2\}$.

6.

m	0	1	2	3	4
$(-1)^{m+1} \cdot \frac{1}{m+1} - \frac{m}{m-1}$	-1	–	$-2\frac{1}{3}$	$-1{,}25$	$-1\frac{8}{15}$

7. НОД $(a; b) = 2^2 \cdot 7$, НОК $(a; b) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^3$.

Самостоятельная работа № 5

Подготовительный вариант. **1.** $-11x^6y$, степень 7. **2.** а) $-\frac{2}{3}a^4b^2$; б) a^3b^4. **3.** а) $-a^{15}$; б) $8a^{51}$; в) $625a^{16}b^4$. **4.** а) x^6; б) $108x^7y^9$. **5.** а) 1; б) 16; в) 216. **6.** 6. **7.** 7^{40} оканчивается цифрой 1, 7^{41} — цифрой 7, $(7^{41} - 2)$ оканчивается цифрой 5, т. е. $(7^{41} - 2)$ кратно 5.

Вариант 1. **1.** $-10x^4y^{10}$, степень 14. **2.** а) $-3a^4b^5$; б) $-a^{10}b^4$. **3.** а) $64a^{24}$; б) $27a^{66}$; в) $-64a^{42}b^3$. **4.** а) x^{14}; б) $-16x^{4n+9}y^{3n+12}$. **5.** а) 1; б) 5. **6.** 4. **7.** 7^{32} оканчивается цифрой 1, 7^{33} — цифрой 7, 7^{34} — цифрой 9, 7^{35} — цифрой 3, $(7^{35} + 2)$ оканчивается цифрой 5, т. е. $(7^{35} + 2)$ кратно 5.

Вариант 2. **1.** $-6x^3y^{10}$, степень 13. **2.** а) $-5a^3b^6$; б) $-a^4b^6$. **3.** а) $-\frac{1}{32}a^{15}$; б) $81a^{76}$; в) $-27a^6b^{12}$. **4.** а) x^{10}; б) $-32x^{4m+15}y^{5m+8}$. **5.** а) 1; б) 27. **6.** 0. **7.** 7^{36} оканчивается цифрой 1, 7^{37} — цифрой 7, $(7^{37} - 2)$ оканчивается цифрой 5, т. е. $(7^{37} - 2)$ кратно 5. Вариант 3. **1.** $20x^8y^{10}$, степень 18. **2.** а) $3a^2b^6$; б) $-2a^7b$. **3.** а) $-243a^{10}$; б) $32a^{205}$; в) $-125a^{132}b^3$. **4.** а) x^{14}; б) $-64x^{6k+6}y^{3k+6}$. **5.** а) 1; б) 0,2. **6.** 7. **7.** 7^{68} оканчивается цифрой 1, 7^{69} — цифрой 7, $(7^{69} + 3)$ оканчивается цифрой 0, т. е. $(7^{69} + 3)$ делится на 10.

Самостоятельная работа № 6

Подготовительный вариант. **1.** $3{,}7x^2 - \frac{2}{3}x - 0{,}9$. **2.** а) 5; б) 4. **3.** а) $a^2b + ab^2$; б) $-2ac + 24bc^3 + 12$; в) $-28x^3y - 1{,}8xy^2$. **4.** $P = 4b^2$. **5.** $-0{,}25$. **6.** A и B. Вариант 1. **1.** $-5x^2 + 2x - 2$. **2.** а) 7; б) 4. **3.** а) $-x^3y + x^2y$; б) $66ab^2c - 3ab$; в) $-12x^3y - 5{,}6xy^2$. **4.** $P = 6b^2$. **5.** 5. **6.** а) $A_1 = A$; б) $C_1 = -C$. Вариант 2. **1.** $-6x^3 + 2x - 1$. **2.** а) 7; б) 4. **3.** а) $-x^3y + xy^2$; б) $42abc^2 - 5ab + 7$; в) $-21x^3y - 6{,}3xy^2$. **4.** $P = 3b^2$. **5.** -5. **6.** а) $A_1 = A$; б) $C_1 = -C$. Вариант 3. **1.** $x^2 - x - 3$. **2.** а) 7; б) 3. **3.** а) $-2a^3b^2 + a^3b$; б) $2a^3b + 4a^2b^2c + 6$. **4.** $P = 5b^2$. **5.** -5. **6.** а) $A_1 = A$.

Самостоятельная работа № 7

Подготовительный вариант. **1.** а) $3a^2 - 3b^2$; б) $-7a^2 + 6ab - 11b^2$. **2.** а) $-x^2 - 5xy + 6y^2$; б) $-6x^4 + 8x^3y - 6x^2y^2$. **3.** $(9ax^2 - x^2 - x) + (3ab^2 + 1)$. **4.** $(3x + x^3) - (3y + y^2)$. **5.** а) $-3x^5$; б) $2p^2x$. **6.** а) $-2{,}04$; б) 12. **7.** 0,75. Вариант 1. **1.** а) $-a^2 - ab - 3b^2$; б) $3a^2 + 3ab - 5b^2$. **2.** а) $-6ab + 3b^2$; б) $4x^4 + 12x^3y - 4x^2y^2$. **3.** $(a^2 + 2ab + b^2) + (ax^2 - 2bx^2)$. **4.** $(x + 2y) - (3x^2 + 4y^2)$. **5.** $5x^4$. **6.** а) -28; б) -10. **7.** -6. Вариант 2. **1.** а) $4a^2 + 2ab - 3b^2$; б) $2a^2 - 4ab + b^2$. **2.** а) $-8a^2 + 2ab$; б) $-12x^2y^2 - 3xy^3 + 9y^4$. **3.** $(-a^2 + 2b^2) + (ax^2 - 2x^2)$. **4.** $(2x^2 + 3y^2) - (3x + 2y)$. **5.** $5x^3$. **6.** а) 21; б) 0,7. **7.** 0. Вариант 3. **1.** а) $a^2 - ab + b^2$; б) $-5a^2 + 7ab - 9b^2$. **2.** а) $-10a^2b^2 + 5b^3$; б) $-12x^4 + 4x^3y + 8x^2y^2$. **3.** $(2ax^2 + 2x) + (b^2 - 2ab)$. **4.** $(2xy + y^2) - (x^3 + 3xy^2)$. **5.** $4x^3$. **6.** а) -297; б) -10. **7.** 1.

Самостоятельная работа № 8

Подготовительный вариант. **1.** а) $x^2 + x - 6$; б) $-2x^4 + 7x^2y^2 - 3y^4$; в) $b^3 - 3b + 2$. **2.** а) $13x^2 - 17x - 19$; б) $6ax$. **3.** 1. **4.** $\frac{1}{9}$. **5.** а) 2; б) -1. **6.** $-a^2b^2$. Вариант 1. **1.** а) $x^2 + 3x - 4$; б) $-3x^4 + 7x^2y^2 - 2y^4$; в) $b^3 - 4b + 3$. **2.** а) $-2x^2 + 16x - 4$; б) $-7ax$. **3.** 1. **4.** $-17{,}3$. **5.** а) 3;

б) −1. **6.** $a^2b^2 - 1$. **7.** $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$. Вариант 2. **1.** а) $x^2 - 2x - 3$; б) $-6x^4 - 7x^2y^2 + 3y^4$; в) $b^3 + 2b + 3$. **2.** а) $5x^2 - 14x - 18$; б) $-12ax$. **3.** 1. **4.** −11,4. **5.** а) −4; б) −1. **6.** $1 - a^2b^2$. **7.** $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Вариант 3. **1.** а) $x^2 + 2x - 15$; б) $9x^4 + 6x^2y^2 - 8y^4$; в) $b^6 - 2b^2 + 1$. **2.** а) $-2x^2 + 11x - 4$; б) $-4ax$. **3.** 8. **4.** 66. **5.** а) −3; б) −1. **6.** $-a^2b^2$.

Самостоятельная работа № 9

Подготовительный вариант. **1.** а), б) Да. **2.** Уравнения (А), (Б) и (В). **3.** а) $-1\frac{2}{3}$; б) −1,75; в) нет корней; г) все числа. **4.** ±1; ±2; ±3; ±6. **5.** а) {−0,3; 0,3}; б) {−70; 70}; в) {0}; г) ∅. **6.** а) При $a \neq 0$; б) таких значений нет; в) при $a = 0$. **7.** а) $m = -\frac{x}{2n}$; б) $n = -\frac{x}{2m}$. **8.** Корнем является число 1. Вариант 1. **1.** {−1; 3}. **2.** Уравнения (А), (Б) и (В). **3.** а) −0,75 б) $-2\frac{2}{3}$; в) нет корней; г) все числа. **4.** ±1; ±2; ±13; ±26. **5.** а) {−0,4; 0,4}; б) {−80; 80}; в) {0}; г) ∅. **6.** а) При $a \neq 0$; б) таких значений нет; в) при $a = 0$. **7.** а) $m = -\frac{p}{3x}$; б) $x = -\frac{p}{3m}$. **8.** Корнями являются числа 1; 2; −3. Вариант 2. **1.** {−2; 3}. **2.** Уравнения (А), (Б) и (В). **3.** а) $-\frac{4}{7}$; б) $-\frac{1}{3}$; в) нет корней; г) все числа. **4.** ±1; ±2; ±11; ±22. **5.** а) {−0,2; 0,2}; б) {−30; 30}; в) {0}; г) ∅. **6.** а) При $a \neq 0$; б) таких значений нет; в) при $a = 0$. **7.** а) $y = -\frac{a}{2n}$; б) $n = -\frac{a}{2y}$. **8.** Корнями являются числа −1; −2; 3. Вариант 3. **1.** {1; −5}. **2.** Уравнения (А), (Б) и (В). **3.** а) $\frac{17}{117}$; б) −20; в) нет корней; г) все числа. **4.** $B = \{-1; -2; -23; -46\}$. **5.** а) {−300; 300}; б) {−0,2; 0,2}; в) {0}; г) ∅. **6.** а) $x = \frac{p}{ky}$; б) $y = \frac{p}{kx}$. **7.** Если $a \neq 0$, то 1 корень, если $a = 0$, то корней нет. **8.** Корнями являются числа −1 и 2.

Самостоятельная работа № 10

Подготовительный вариант. **1.** а) 65; б) −7; в) −8; г) все числа. **2.** При $y = 3$. **3.** а) 11; б) −1,5. **4.** а) −3,5; б) 5. **5.** −1. **6.** При $a = -0,5$. Вариант 1. **1.** а) 48; б) −15; в) −3,75. **2.** При $y = 2$. **3.** а) −2,6; б) −4. **4.** а) −1,5; б) $-\frac{1}{3}$. **5.** 1. **6.** При $a = 18$. Вариант 2. **1.** а) −15; б) −9,8; в) −9,5. **2.** При $y = 1$. **3.** а) −7; б) −0,2. **4.** а) −0,25; б) $-1\frac{1}{6}$. **5.** 1. **6.** При

$a = 2$. Вариант 3. **1.** а) -7; б) 5; в) $-7{,}5$. **2.** При $y = \frac{7}{9}$. **3.** а) $-5\frac{3}{14}$; б) $-0{,}4$. **4.** а) -1; б) 3. **5.** -2. **6.** При $a = -4$.

Самостоятельная работа № 11

Подготовительный вариант. **1.** 88 тетрадей. **2.** 60 км. **3.** 26 см. **4.** 18; 19; 20. Вариант 1. **1.** 231, 462 и 392 детали. **2.** 26 км/ч. **3.** 21 см^2. **4.** 6; 7; 8. Вариант 2. **1.** 340, 136 и 357 га. **2.** 14,4 км/ч. **3.** 24 см^2. **4.** 6; 7; 8. Вариант 3. **1.** 4 л. **2.** 180 м. **3.** 60 см. **4.** 4; 5; 6.

Самостоятельная работа № 12

Подготовительный вариант. **1.** а) $2(3x^3 + 4x^2 - 6)$; б) $x(6x^2 + 8x - 13)$; в) $x^n(x^{2n+1} - 2x^{n+1} + 3)$. **2.** а) $(a - b)(2m + 3m)$; б) $(a + 5b)(2a - 3c)$; в) $(x^k - 1)(x + 1)$. **3.** 1,9. **4.** а) 14; б) 42; в) 50. **5.** 5. **6.** а) $(x + y + 1)(x - a)$; б) $(x + 1)(x - 2)$. **7.** При $a = 1$ x — любое число, при $a = -2$ $x = 0$, при $a = 0$ $x = 2$, при $a \neq 1$ и $a \neq -2$ $x = a + 2$.
Вариант 1. **1.** а) $2(2x^3 - 3x^2 + 4)$; б) $x(4x^2 - 6x + 9)$; в) $x^n(-5x^n + 2x + 3)$. **2.** а) $(5a + 3)(a - 2)$; б) $(3a + b)(2b - c)$; в) $(x^k - 1)(x + 2)$. **3.** $-2{,}4$. **4.** а) 18; б) 117; в) 37. **5.** 3. **6.** а) $(x + 2y - 1)(x - a)$; б) $(x + 4)(x - 1)$. **7.** При $a = -1$ — бесконечное множество корней, при $a \neq -1$ — один корень.
Вариант 2. **1.** а) $3(2x^3 + 3x^2 - 4)$; б) $x(6x^2 + 9x - 13)$; в) $x^n(-4x^n + 3x + 2)$. **2.** а) $(3x + 2)(x - 1)$; б) $(4a + b)(b - 2c)$; в) $(x^k - 1)(x - 3)$. **3.** $-0{,}8$. **4.** а) 24; б) 40; в) 49. **5.** 3. **6.** а) $(a - b + 2)(a - x)$; б) $(x + 4)(x - 1)$. **7.** При $a = 2$ — бесконечное множество корней, при $a \neq 2$ — один корень.
Вариант 3. **1.** а) $5(3xy - 2)$; б) $5x(3y - 2x)$; в) $x^{k-1}(1 - 2x)$. **2.** а) $(a - 2b)(m + 3n)$; б) $(x^2 + 2y^2)(5m - 3)$; в) $(x^{k-1} - 1)(3x + 1)$. **3.** $-0{,}6$. **4.** а) 4; б) 14; в) -9. **5.** 19. **6.** а) $(a + 2b - 2)(x + 2)$; б) $(x - 5)(x - 1)$. **7.** При $a = 2$ $x = 0$, при $a = -1$ x — любое число, при $a = 0$ $x = -2$, при $a \neq 2$, $a \neq -1$ $x = a - 2$.

Самостоятельная работа № 13

Подготовительный вариант. **1.** а) $\{1; 4\}$; б) $\left\{-1; 0; \frac{2}{3}\right\}$; в) $\{-9; -3\}$. **2.** а) $6\frac{2}{7}$; б) 0,5. **4.** а) 0; 0,5; б) -4; 3; 4; в) 0,5; 1. **5.** а) При $x = 0$ и $x = 1$; б) при $x \neq 1{,}5$ и $x \neq 1{,}75$. **6.** 5. **7.** 6,8.
Вариант 1. **1.** а) $\{-4; 2\}$; б) $\left\{-\frac{2}{3}; 0; 0; 5\right\}$. **2.** а) $3\frac{4}{17}$; б) 0,5. **4.** а) 0; 0,5; б) -2; 2; 3; в) -5; 1. **5.** а) При $x = 1$; б) при $x \neq 0{,}5$ и $x \neq 1{,}5$. **6.** -1. **7.** $3\frac{1}{3}$.
Вариант 2. **1.** а) $\{-5; 3\}$; б) $\left\{-0{,}5; 0; \frac{1}{3}\right\}$. **2.** а) $4\frac{10}{13}$; б) 2. **4.** а) 0; $\frac{1}{3}$; б) -3; -2; 3; в) -3; 1. **5.** а) При $x = 2$; б) при $x \neq -0{,}5$ и $x \neq 1$. **6.** 1. **7.** $3\frac{1}{3}$.

Вариант 3. **1.** а) $\{-3,5; 1,5\}$; б) $\{-0,4; -0,2; 0\}$. **2.** а) $-3\frac{14}{17}$; б) 1,5. **4.** а) 0; 0,2; б) 2; в) 0; 0,5. **5.** а) При $x = -0,5$; б) при $x \neq 2$ и $x \neq 6$. **6.** 4. **7.** 7,6.

Самостоятельная работа № 14

Подготовительный вариант. **1.** а) $9a^2 - 4b^2$; б) $9y^6 - 16x^4$; в) $a^{2m} - 25b^{2m+2}$. **2.** а) $(2x - 7y)(2x + 7y)$; б) $(0,1ab^2 - 0,4x^2)(0,1ab^2 + 0,4x^2)$; в) $4(x + 1)(4x - 1)$; г) $4(x^2 - 2x - 4)(x^2 + 2x + 1)$. **3.** а) 39 996; б) 36 000. **4.** а) 1,5; −1,5; б) $\frac{1}{8}$. **6.** а) $\{-1; 5\}$; б) $\{-2; 0\}$. **7.** 1-е число больше.

Вариант 1. **1.** а) $a^2 - 4b^2$; б) $4y^2 - x^4$; в) $25a^{2m} - 9b^{2m}$. **2.** а) $(3x - 5y)(3x + 5y)$; б) $(ab^3 - 4x^2)(ab^3 + 4x^2)$; в) $(x - 1)(3x + 1)$; г) $(x^2 - 3x + 3)(x^2 + 3x + 1)$. **3.** а) 2496; б) 96 000. **4.** а) 12; −12; б) $1\frac{1}{3}$. **6.** а) $\{-4; 6\}$; б) $\left\{-\frac{1}{3}; 3\right\}$. **7.** 1-е число больше. Вариант 2. **1.** а) $9a^2 - b^2$; б) $y^6 - 4x^2$; в) $4a^{2m} - 9b^{2m}$. **2.** а) $(4x - 3y)(4x + 3y)$; б) $(6a^3b^2 - x^2)(6a^3b^2 + x^2)$; в) $(x + 1)(5x - 1)$; г) $(x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x - 5)$. **3.** а) 1596; б) 78 000. **4.** а) 13; −13; б) 9. **6.** а) $\{-5; 3\}$; б) $\{-0,5; 1,25\}$. **7.** 1-е число больше. Вариант 3. **1.** а) $4a^2 - 9$; б) $25y^2 - 4x^4$; в) $49a^{2k} - b^{2k}$. **2.** а) $(4x - 7)(4x + 7)$; б) $(2ab^2 - 9x^5)(2ab^2 + 9x^5)$; в) $(-x + 7)(3x - 7)$; г) $(x^2 - 2x - 15)(x^2 + 2x - 1)$. **3.** а) 22 499; б) 7000. **4.** а) $-4\frac{2}{3}$; $4\frac{2}{3}$; б) −2,5. **6.** а) $\{-5; 2\}$; б) $\{-4; 0,4\}$. **7.** 1-е число меньше.

Самостоятельная работа № 15

Подготовительный вариант. **1.** а) $a^2 + 6a + 9$; б) $4a^2 - 12a + 9$; в) $9x^2 + 6x + 1$; г) $0,04a^2x^4 + 2abx^2 + 25b^2$. **2.** а) $(a + 7)^2$; б) $(4x - 1)^2$; в) $(x^2 - 2y)^2$. **3.** а) $\{0,25\}$; б) $\{3\}$. **4.** 1. **5.** Три способа: $49a^2 - 14ab + b^2$, $49a^2 - 8ab + \frac{16}{49}b^2$, $16a^2 - 8ab + b^2$. **6.** $\frac{7}{60}$. Вариант 1. **1.** а) $a^2 + 4a + 4$; б) $9a^2 - 12a + 4$; в) $0,25a^4 - 4a^2b + 16b^2$. **2.** а) $(a - 8)^2$; б) $(6x + 1)^2$; в) $(2x + y^2)^2$. **3.** а) $\{-1,5\}$; б) $\{1,5\}$. **4.** −2. **5.** Три способа: $25a^2 + 10ab + b^2$, $25a^2 + 8ab + \frac{16}{25}b^2$, $16a^2 + 8ab + b^2$. **6.** −0,2. Вариант 2. **1.** а) $a^2 - 4a + 4$; б) $9a^2 + 12a + 4$; в) $0,25a^2 + 4ab^2 + 16b^4$. **2.** а) $(a + 9)^2$; б) $(7x - 1)^2$; в) $(2x^2 + y)^2$. **3.** а) $\{2,5\}$; б) $\{-2,5\}$. **4.** −5. **5.** Три способа: $25a^2 + 10ab + b^2$, $25a^2 + 6ab + \frac{9}{25}b^2$, $9a^2 + 6ab + b^2$. **6.** 0,15. Вариант 3. **1.** а) $a^2 - 10a + 25$; б) $16a^2 - 24a + 9$; в) $0,25a^6 + 2a^3b^2 + 4b^4$. **2.** а) $(a - 15)^2$; б) $(4x - 1)^2$; в) $\left(2x^2 - \frac{1}{2}y^3\right)^2$. **3.** а) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$; б) $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$. **4.** 1. **5.** Три способа: $36a^2 - 12ab + b^2 = (6a - b)^2$, $4a^2 - 4ab + b^2$, $36a^2 - 4ab + \frac{1}{9}b^2$. **6.** $-\frac{3}{32}$.

Самостоятельная работа № 16

Подготовительный вариант. **1.** а) $-2x^2 + x + 5$; старший коэффициент равен -2; б) $x^2 + 2x - 3$; свободный член равен -3. **2.** а) $(x + 5)^2 + 1$; б) $(x - 2{,}5)^2 - 7{,}25$. **3.** а) $(x - 6)(x - 4)$; б) $3(x - 1)(3x + 1)$. **4.** а) -9; 1; б) $-2{,}5$; $-0{,}5$. **6.** а) Наименьшее значение равно 1, достигается при $x = 1$; б) наибольшее значение равно -9, достигается при $x = -1$. **7.** При $a = 6$. Вариант 1. **1.** а) $-2x^2 + 5x + 7$; старший коэффициент равен -2; б) $3x^2 + x - 6$; свободный член равен -6. **2.** а) $(x - 3)^2 + 2$; б) $(x + 3)^2 - 9$. **3.** а) $(x - 6)(x - 2)$; б) $(3x - 4)(3x + 2)$. **4.** -3; 2. **6.** а) Наименьшее значение равно 2, достигается при $a = 5$; б) наибольшее значение равно -6, достигается при $a = -3$. **7.** При $a = 1$.
Вариант 2. **1.** а) $-4x^2 - 5x + 6$; старший коэффициент равен -4; б) $-5x^2 + 2x + 3$; свободный член равен 3. **2.** $(x + 3)^2 - 2$; б) $(x - 3)^2 - 9$. **3.** а) $(x - 8)(x + 2)$; б) $(3x - 2)(3x + 4)$. **4.** 3; -2. **6.** а) Наименьшее значение равно 3, достигается при $a = 2$; б) наибольшее значение равно -5, достигается при $a = 3$. **7.** При $a = 2$. Вариант 3. **1.** а) $-x^2 - 2x + 5$; старший коэффициент равен -1; б) $4x^2 + 3x - 2$; свободный член равен -2. **2.** а) $(x - 6)^2 + 4$; б) $(x + 6)^2 - 36$. **3.** а) $(x + 8)(x + 6)$; б) $(5x + 2)(5x - 6)$. **4.** -11; -3. **6.** а) Наименьшее значение равно 20, достигается при $a = -10$; б) наибольшее значение равно -10, достигается при $a = 5$. **7.** При $a = 1{,}5$.

Самостоятельная работа № 17

Подготовительный вариант. **1.** а) $x^2 + y^2 - 2xy + 6x - 6y + 9$; б) $4x^2 + 9y^2 + 12xy - 8x - 12y + 4$. **2.** $27a^3 - 30a^2b - b^3$. **3.** а) $(x + 5)(x^2 - 5x + 25)$; б) $(5 - 2x)(4x^2 + 4x + 13)$. **4.** 26. **6.** $\frac{4}{9}$. **7.** а) 1; б) -2. **8.** $(2x - y - 1)^2 + y^2 + 2 > 0$. Вариант 1. **1.** а) $x^2 + y^2 + 2xy - 4x - 4y + 4$; б) $4x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4xz + 2yz - 4x - 2y - 2z + 1$. **2.** $a^3 - 12a^2b - 8b^3$. **3.** а) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$; б) $(3 - x)(x^2 + 9x + 39)$. **4.** -6. **6.** $\frac{2}{3}$. **7.** $\{1{,}5\}$. **8.** $x^2(x - y + 2)^2 + 1 > 0$. Вариант 2. **1.** а) $x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 9$; б) $4x^2 + y^2 + z^2 + 4xy - 4xz - 2yz + 4x + 2y - 2z + 1$. **2.** $8a^3 - 30a^2b - b^3$. **3.** а) $(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$; б) $(-x - 1)(x^2 + 8x + 19)$. **4.** 7. **6.** 1,5. **7.** $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. **8.** $y^2 + (x - y + 2)^2 + 1 > 0$. Вариант 3. **1.** а) $x^2 + 4y^2 - 4xy - 2x + 4y + 1$; б) $x^2 + y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz - 4yz - 2x + 2y - 4z + 1$. **2.** $8a^3 - 6ab^2 - 27b^3$. **3.** а) $(4x + 3)(16x^2 - 12x + 9)$; б) $(8 - 2x)(4x^2 - 2x + 19)$. **4.** 12. **6.** 1,24. **7.** $\{-1{,}5\}$. **8.** $(2x - y - 1)^2 + y^2 + 1 > 0$.

Самостоятельная работа № 18

Подготовительный вариант. **1.** а) $2(x - 2)(x + 2)$; б) $2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$; в) $-x(x - 2y)^2$. **2.** а) 713; б) 16; в) 70. **3.** а) $3a(a - 5b)(a + 5b)$;

б) $(x - y)(1 - x + y)$; в) $(2 + x - a)(2 - x + a)$. **4.** -1; 0,5; 1. **5.** $-\frac{1}{4}$.

7. $(3ab + 1)^2$. Вариант 1. **1.** а) $2(x - 4y)(x + 4y)$; б) $2(x + y)(x^2 - xy + y^2)$; в) $-x(x - y)^2$. **2.** а) 387; б) 10 000; в) 50. **3.** а) $3a(a - 4b)(a + 4b)$; б) $(x + 2y)(1 - x - 2y)$; в) $(5 - x + a)(5 + x - a)$. **4.** -2; 2. **5.** $-\frac{1}{3}$. **7.** $(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$. Вариант 2. **1.** а) $5(2x - y)(2x + y)$; б) $4(x - y)(x^2 + xy + y^2)$; в) $-x(2x - y)^2$. **2.** а) 463; б) 10 000; в) 50. **3.** а) $3a(4a - b)(4a + b)$; б) $(2x + y) \times (1 - 2x - y)$; в) $(4 - x + a)(4 + x - a)$. **4.** -2; 2; 3. **5.** $-0{,}5$. **7.** $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$. Вариант 3. **1.** а) $0{,}5(x - 4)(x + 4)$; б) $3(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$; в) $-0{,}5x(x - 2y)^2$. **2.** а) 503; б) 90 000; в) 100. **3.** а) $11b(2a - 7b)(2a + 7b)$; б) $(x - 3y)(2 - x + 3y)$; в) $(1 - x + a)(1 + x - a)$. **4.** -3; -2; 3. **5.** $\frac{1}{6}$.

7. $(x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1)$.

Самостоятельная работа № 19

Подготовительный вариант. **1.** а) Все числа; б) все числа, кроме 0,6; в) все числа, кроме 0,6 и $-0{,}6$. **2.** а) -8; 0; б) 2. **3.** а) -3; б) -1; 1. **4.** в) $-8 \leqslant y \leqslant 1$. **5.** Область значений функции: $-1 \leqslant y \leqslant 6$. **6.** $-4 \leqslant x \leqslant 4$, $x \neq -1$. Вариант 1. **1.** а) Все числа; б) все числа, кроме 2,5; в) все числа, кроме 2,5 и $-2{,}5$. **2.** а) -2; -2; б) 2; -2. **3.** а) 2; б) -3; 3. **4.** в) $-2 \leqslant y \leqslant 1$. **5.** Точка B принадлежит графику. **6.** $-3 \leqslant x \leqslant 3$, $x \neq 0$.
Вариант 2. **1.** а) Все числа; б) все числа, кроме 1,5; в) все числа, кроме 1,5 и $-1{,}5$. **2.** а) 1; 1; б) 2; -2. **3.** а) -2; б) -1; 1. **4.** в) $-2 \leqslant y \leqslant 1$. **5.** Точка B принадлежит графику. **6.** $-3 \leqslant x \leqslant 3$, $x \neq 0$.
Вариант 3. **1.** а) Все числа; б) все числа, кроме 0,75; в) все числа, кроме 0,75 и $-0{,}75$. **2.** а) -6; 15; б) 0. **3.** а) -2; б) -3; 0; 3. **4.** в) $-1 \leqslant y \leqslant 1$. **5.** $0 \leqslant y \leqslant 4$. **6.** $-3 \leqslant x \leqslant 3$, $x \neq -2$.

Самостоятельная работа № 20

Подготовительный вариант. **2.** $(-2; -1)$. **3.** а) $y = -2{,}5x$; б) $y = -2x$. **4.** $y = 4x - 1$, $(0{,}25; 0)$, $(0; -1)$. **5.** Пересекаются в точке $(-4; -7)$. **6.** $y = -2x + 2$. **7.** в) $-2 \leqslant y \leqslant 2$; г) $(-4; 0)$, $(0; 0)$. **8.** $(1; 1)$, $(-2; 2)$.

Вариант 1. **2.** $(1{,}6; 0{,}4)$. **3.** а) $y = 1{,}5x$; б) $y = -5x$. **4.** $y = -6x - 1$, $\left(-\frac{1}{6}; 0\right)$, $(0; -1)$. **5.** Пересекаются в точке $(-1; -2)$. **6.** $y = -3x + 7$. **7.** в) $-1 \leqslant y \leqslant 1$; г) $(-3; 0)$, $(0; 0)$. **8.** $(1; 1)$, $(0{,}5; -0{,}5)$. Вариант 2. **2.** $(-0{,}8; -1{,}8)$. **3.** а) $y = -3{,}5x$; б) $y = -4x$. **4.** $y = 6x + 5$, $\left(-\frac{5}{6}; 0\right)$, $(0; 5)$. **5.** Пересекаются в точке $(3; -1)$. **6.** $y = 4x + 11$. **7.** в) $-2 \leqslant y \leqslant 2$; г) $(3; 0)$, $(0; 0)$. **8.** $(1; 1)$, $(3; -3)$. Вариант 3. **2.** $(1{,}75; 2{,}25)$. **3.** а) $y = 4x$; б) $y = -0{,}75x$. **4.** $y = 2x + 9$,

$(-4{,}5;\ 0)$, $(0;\ 9)$. **5.** Пересекаются в точке $(-2;\ -5)$. **6.** $y = \frac{1}{3}x - 2$. **7.** в) $-2 \leqslant y \leqslant 2$; г) $(-3;\ 0)$, $(3;\ 0)$, $(0;\ 2)$. **8.** $(1;\ 1)$, $\left(\frac{2003}{2005};\ -\frac{2003}{2005}\right)$.

Самостоятельная работа № 21

Подготовительный вариант. **1.** $(-3;\ -3)$, $(5;\ -3)$, $(1;\ 1)$. **2.** а) При любом значении a, кроме 2; б) $1 \leqslant a \leqslant 7$. **3.** $a < 0$. **4.** $(3;\ 16)$. **5.** $x = 0$. **6.** а) $b = 1$, $k = 1$; б) $b = -1$, $k = 1$. Вариант 1. **1.** $(4;\ 2)$, $(-2;\ 2)$, $(1;\ -1)$. **2.** а) При любом значении k, кроме -1; б) $0{,}25 \leqslant k \leqslant 1$. **3.** $b > 0$. **4.** $(-1;\ 5)$. **5.** Любое число, кроме $x = 0{,}5$. **6.** а) $b = 2$, $k = -0{,}5$; б) $b = -2$, $k = -0{,}5$. Вариант 2. **1.** $(-4;\ 2)$, $(2;\ 2)$, $(-1;\ -1)$. **2.** а) При любом значении k, кроме 1; б) $-1 \leqslant k \leqslant -0{,}25$. **3.** $b < 0$. **4.** $(-1;\ 5)$. **5.** Любое число, кроме $x = 4$. **6.** а) $b = -2$, $k = 0{,}5$; б) $b = 2$, $k = 0{,}5$. Вариант 3. **1.** $(5;\ -1)$, $(-2;\ -1)$, $\left(2\frac{2}{3};\ 1\frac{1}{3}\right)$. **2.** а) При любом значении k, кроме $\frac{2}{3}$; б) $0{,}5 \leqslant k \leqslant 2$. **3.** $b > 0$. **4.** $(-2;\ 11)$. **5.** Любое число, кроме $x = -3$. **6.** а) $b = -4$, $k = 3$; б) $b = 4$, $k = 3$.

Самостоятельная работа № 22

Подготовительный вариант. **1.** 1; -2. **2.** $x \approx \pm 2{,}6$. **3.** 1. **4.** $x \approx 1{,}9$. **5.** а) $=$; б) $<$; в) $>$; г) $>$. **6.** а) a^6, a^3, a; б) a, a^3, a^6; в) a^3, a, a^6; г) a, a^3, a^6. **7.** $y = 6{,}25x + 8{,}25$. Вариант 1. **1.** -1; 2. **2.** $x \approx \pm 2{,}8$. **3.** 1. **4.** $x \approx 1{,}8$. **5.** а) $=$; б) $<$; в) $>$; г) $<$. **6.** а) a^4, a^3, a^2; б) a^2, a^3, a^4; в) a^3, a^2, a^4; г) a^3, a^4, a^2. **7.** $y = 2x + 4$. Вариант 2. **1.** 1; -2. **2.** $x \approx \pm 2{,}4$. **3.** -1. **4.** $x \approx 1{,}6$. **5.** а) $=$; б) $<$; в) $>$; г) $<$. **6.** а) a^6, a^4, a^3; б) a^3, a^4, a^6; в) a^3, a^4, a^6; г) a^3, a^6, a^4. **7.** $y = -8x + 9$. Вариант 3. **1.** 1; 2. **2.** $x \approx \pm 1{,}7$. **3.** 1. **4.** $x \approx 1{,}4$. **5.** а) $=$; б) $<$; в) $<$; г) $<$. **6.** а) a^4, a^3, a; б) a, a^3, a^4; в) a^3, a, a^4; г) a, a^3, a^4. **7.** $y = -2x + 2$, $y = -3x + 2$.

Самостоятельная работа № 23

Подготовительный вариант. **1.** $(2;\ -3)$, $(-3;\ -2)$. **2.** $(3;\ 2)$, $(3;\ 0)$, $(0;\ 2)$. **3.** -4. **4.** $(0;\ 2)$, $(3;\ 0)$. **5.** $x = \frac{y^2 - 2y + 4}{11}$. **6.** а) $1{,}5$; б) ± 2. **7.** $(5n - 1;\ 1 - 2n)$, где $n \in \boldsymbol{Z}$. **8.** При $x < 0$ — одна точка, при $x = 0$ — две точки, при $x > 0$ — три точки. Вариант 1. **1.** $(0;\ -2)$, $(2;\ 0)$. **2.** $(2;\ 3)$, $(2;\ 0)$, $(4;\ 3)$. **3.** 16. **4.** $(0;\ -7)$, $(2;\ 0)$. **5.** а) $x = -y - 1{,}5$; б) $y = -x - 1{,}5$. **6.** а) ± 2; б) ± 1. **7.** $(6 - 2n;\ 6 - 3n)$, где $n \in \boldsymbol{Z}$. **8.** При $x = 0$ — одна точка, при $x \neq 0$ — две точки. Вариант 2. **1.** $(0;\ -2)$, $(2;\ 0)$. **2.** $(-2;\ -3)$, $(-2;\ 0)$, $(-4;\ -3)$. **3.** 3. **4.** $(0;\ 7)$, $(3;\ 0)$. **5.** а) $x = -y - 2$; б) $y = -x - 2$. **6.** а) ± 1; б) ± 2.

7. $(6 - 2n; 3n - 6)$, где $n \in \mathbf{Z}$. **8.** При $x = 0$ — одна точка, при $x \neq 0$ — две точки. Вариант 3. **1.** $(0; -3)$, $(4; -3)$, $(2; -1)$. **2.** $(0; 3)$, $(1; 0)$, $(1; 3)$. **3.** $1\frac{1}{9}$. **4.** $(0; -16)$, $(12; 0)$. **5.** а) $x = \frac{-4y - 5}{4}$; б) $y = \frac{-4x - 5}{4}$. **6.** а) ± 11; б) не существует. **7.** $(5n - 30; 3n - 15)$, где $n \in \mathbf{Z}$. **8.** При $y < 0$ — одна точка, при $y = 0$ — две точки, при $y > 0$ — три точки.

Самостоятельная работа № 24

Подготовительный вариант. **1.** а) Нет; б) нет. **2.** а) $(-6; 1,5)$; б) $(2,5; -2)$. **3.** $(1; -1)$. **4.** 12. **5.** При $a = 1$ и $b = 9$. **6.** -2. **7.** $(-1; 2)$.
Вариант 1. **1.** а) Да; б) нет. **2.** а) $(2; 1)$; б) $(2; -1)$. **3.** $(3; 2)$. **4.** 13. **5.** При $a = -6$ и $b = -1$. **6.** $-1\frac{1}{3}$. **7.** $(-1; -2)$. Вариант 2. **1.** а) Да; б) нет. **2.** а) $(1; 2)$; б) $(-2; 1)$. **3.** $(2; 3)$. **4.** 4. **5.** При $a = 2$ и $b = 0$. **6.** $-1\frac{1}{3}$. **7.** $(2; 1)$.

Вариант 3. **1.** а) Нет; б) да. **2.** а) $(1; -2)$; б) $(3; 0)$. **3.** $(-1; 2)$. **4.** 1. **5.** При $a = 1$ и $b = 2$. **6.** 0,5. **7.** $(2; -4)$.

Самостоятельная работа № 25

Подготовительный вариант. **1.** а) $(3; 2)$; б) $(2; -2)$; в) $(2; -3)$. **2.** 1,1 км/ч, 13,2 км/ч. **3.** $y = -0,5x + 2$. **4.** 20 кг и 80 кг. **5.** 5 и 2. **6.** $(3; 1; -1)$. **7.** $(-1; 1)$. Вариант 1. **1.** а) $(2; 9)$; б) $(3; 1)$; в) $(2; 3)$. **2.** 4,5 км/ч, 40,7 км/ч. **3.** $y = 2x + 2$. **4.** 135 учебников геометрии. **5.** 12 и 13. **6.** $(2; 2; 1)$. **7.** $(1; 1)$. Вариант 2. **1.** а) $(2; 11)$; б) $(2; -1)$; в) $(3; 4)$. **2.** 4,7 км/ч, 20,9 км/ч. **3.** $y = 2x - 1$. **4.** 108 пачек чая. **5.** 15 и 17. **6.** $(1; 2; 2)$. **7.** $(2; 1)$. Вариант 3. **1.** а) $(3; -2)$; б) $(3; 1)$; в) $(-3; 1)$. **2.** 1,4 км/ч, 16,3 км/ч. **3.** $y = 2x - 2$. **4.** 200 г и 240 г. **5.** 7 и 5. **6.** $(1; 2; -2)$. **7.** $(1; -1)$.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа № 1

Подготовительный вариант. **1.** $\frac{a}{b} \cdot (a - b)$. **2.** $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $B = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$, $A \subset B$. **3.** $-5 \in \mathbf{Z}$, $-5 \in \mathbf{Q}$. **4.** Первое выражение меньше. **5.** Не имеет смысла при $a = -2$ и $a = 2$.

a	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\frac{3\lvert a\rvert - 2a^2}{2 - \lvert a\rvert}$	9	–	1	0	1	–	9

6. а) 21; б) $-\frac{5}{13}$. Вариант 1. 1. $\frac{a}{b} \cdot (a + b)$. 2. $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $A \subset B$. 3. $-2 \in Z$, $-5 \in Q$. 4. Первое выражение меньше. 5. Не имеет смысла при $a = -1$ и $a = 1$.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$\frac{a - 2a^2}{1 - \lvert a \rvert}$	10,5	10	–	0	–	6	7,5

6. а) −37; б) $-\frac{1}{7}$. Вариант 2. 1. $\frac{ab}{a - b}$. 2. $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, $B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, $B \subset A$. 3. $-\frac{6}{7} \in Q$. 4. Первое выражение меньше.

5. Не имеет смысла при $a = -2$ и $a = 2$.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$\frac{2a - a^2}{2 - \lvert a \rvert}$	15	–	−3	0	1	–	3

6. а) 22; б) −0,2. Вариант 3. 1. $\frac{a}{b} - (a + b)^2$. 2. $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $A \subset B$. 3. $-1{,}35 \in Q$. 4. Первое выражение больше. 5. Не имеет смысла при $a = -1$ и $a = 1$.

a	−3	−2	−1	0	1	2	3
$\frac{a^2 + a - 2}{1 - \lvert a \rvert}$	−2	0	–	−2	–	−4	−5

6. а) $\frac{2}{3}$; б) 6,75.

Контрольная работа № 2

Подготовительный вариант. 1. а) $-1\frac{13}{16}$; б) −6,5. 2. а) a^{56}; б) a^{38}; в) a^{m+12}. 3. а) a^{18}; б) a^{36}; в) a^{8-n}. 4. а) a^{407}; б) a^{407m}. 5. а) 5; б) 3. 6. а) x^{90}; б) $-32x^{5n+4}y^{2n+5}$. 7. При $m = 1$, $n = 1$. 8. а) −0,4; б) 3; −3.

Вариант 1. 1. а) $2\frac{4}{9}$; б) 15. 2. а) a^{38}; б) a^{18}; в) a^{n+13}. 3. а) a^4; б) a^{20}; в) a^{4-n}. 4. а) a^{253}; б) a^{253n}. 5. а) 6; б) 5. 6. а) $-x^{60}$; б) $-16x^{4n+9}y^{3n+12}$. 7. При $m = 1$, $n = 3$ или при $m = 2$, $n = 1$. 8. а) 0,5; б) 2; −2. Вариант 2. 1. а) $6\frac{3}{8}$;

б) 10. **2.** а) a^{40}; б) a^{28}; в) a^{m+28}. **3.** а) a^5; б) a^{22}; в) a^{5-m}. **4.** а) a^{352}; б) a^{352m}. **5.** а) 2; б) 5. **6.** а) $-x^{60}$; б) $-8x^{3n+16}y^{4n+6}$. **7.** При $m = 3$, $n = 1$ или при $m = 1$, $n = 2$. **8.** а) 0,5; б) 2; −2. Вариант 3. **1.** а) $19\frac{1}{9}$; б) −1. **2.** а) a^{99}; б) a^{78}; в) a^{n+23}. **3.** а) a^{54}; б) a^{70}; в) a^{54-n}. **4.** а) a^{517}; б) a^{517n}. **5.** а) 3; б) $\frac{1}{80}$. **6.** а) $-x^{390}$; б) $-16x^{4n+7}y^{3n+7}$. **7.** При $m = 1$, $n = 5$, или при $m = 2$, $n = 3$, или при $m = 3$, $n = 1$. **8.** а) 2; б) 2; −2.

Контрольная работа № 3

Подготовительный вариант. **1.** а) $7a + 1$; б) $a^2b + 3ab^2$. **2.** а) $M = x^2 - 2xy + y^2$; б) $M = x^2 + 5xy + 2y^2$. **3.** а) $3x + 2y$; б) $2x + 5y$. **4.** $-6x^2 \leqslant 0$. **5.** x^6, 1. **6.** $0{,}5a^3b$, −44. **7.** {−1; 0; 3}. Вариант 1. **1.** а) $3a^2 - 3a + 6$; б) $-a^3b + 12a^2b^2$. **2.** а) $M = x^2 - xy - 2y^2$; б) $M = 2x^2 - xy + 2y^2$. **3.** $7v + 3w$. **4.** $-(3x^2 + 1) < 0$. **5.** x^6, 64. **6.** $-a^2b$, −28. **7.** 4006.
Вариант 2. **1.** а) $5a^2 - a - 4$; б) $3a^3b - 4a^2b^2$. **2.** а) $M = 5x^2 + 2xy - y^2$; б) $M = 3x^2 - 7xy - 5y^2$. **3.** $8v - 2w$. **4.** $-(7x^2 + 1) < 0$. **5.** x^3, 64. **6.** $-a^2b$, −45. **7.** 4007. Вариант 3. **1.** а) $4a^2 - 4a + 2$; б) $3a^3b + 3ab^3$. **2.** а) $M = -x^2 - xy - y^2$; б) $M = 2x^2 + 2xy + y^2$. **3.** $7v + 3w$. **4.** $-(14x^2 + 1) < 0$. **5.** $3 - x^6$, −61. **6.** $-x^2$, −1. **7.** 1.

Контрольная работа № 4

Подготовительный вариант. **1.** а) 1; б) нет корней. **2.** 8 см, 6,3 см, 9,6 см. **3.** а) {2,25}; б) $\left\{4\frac{7}{19}\right\}$. **4.** 115 г в пакете, 135 г в коробке. **5.** −22,5. **6.** При $m = -1\frac{2}{3}$, $n \neq 2$. **7.** 80%. Вариант 1. **1.** а) 2; б) нет корней. **2.** 5 см, 7 см, 10 см. **3.** а) {6,5}; б) {5}. **4.** Через 9 дней. **5.** 16. **6.** При $m = 2$, $n = -1$. **7.** 50 кг. Вариант 2. **1.** а) 3; б) x — любое число. **2.** 6 см, 12 см, 15 см. **3.** а) {8}; б) {7}. **4.** 2200 т, 1100 т. **5.** 7. **6.** При $m = -3$, $n \neq 1$. **7.** 53,4 кг. Вариант 3. **1.** а) Нет корней; б) x — любое число. **2.** 12 см, 14 см, 15 см. **3.** а) {−1,5}; б) {−3}. **4.** 6 карандашей в маленькой коробке, 18 карандашей в большой коробке. **5.** 5,5. **6.** При $m = 1$, $n = -1$. **7.** 10 кг.

Контрольная работа № 5

Подготовительный вариант. **1.** а) $2x(2 - 3x^2)$; б) $(2x - a)(2 - y)$; в) $(x - 3)(14 - 3x)$. **2.** 1. **4.** а) {0; 0,5}; б) {3; 4,25}; в) {1,5}. **5.** 7. **6.** $-2 > -4$. **7.** При $b = -1$ y — любое число, при $b \neq -1$ $y = b + 2$.
Вариант 1. **1.** а) $5x(2 - x)$; б) $(x - 4y)(2 - a)$; в) $(x - 5)(4x - 23)$. **2.** 9. **3.** 5;

79. **4.** а) $\left\{0; \frac{1}{7}\right\}$; б) {3; 3,75}; в) {4}. **5.** 13. **6.** $1 < 2$. **7.** При $a = 1$ корней нет, при $a = -5$ x — любое число, при $a \neq 1$ и $a \neq -5$ $x = \frac{1}{a-1}$.

Вариант 2. **1.** а) $4x(x + 3)$; б) $(x - 5)(b - 2a)$; в) $(x - 4)(3x - 16)$. **2.** 14. **3.** 5; 7; 11. **4.** а) {0; −0,2}; б) $\left\{2; 2\frac{4}{9}\right\}$; в) {5}. **5.** 17. **6.** $1 = 1$. **7.** При $a = 1$ корней нет, при $a = 3$ x — любое число, при $a \neq 1$ и $a \neq 3$ $x = \frac{1}{a-1}$.

Вариант 3. **1.** а) $12x^2(3 - 2x^2)$; б) $(2x - 3y^2)(2a + 3)$; в) $(x - 3)(x - 9)$. **2.** 23. **4.** а) $\left\{0; \frac{1}{6}\right\}$; б) {2; 2,75}; в) {0,5}. **5.** 20. **6.** $4 > -3{,}5$. **7.** При $a = 0$ корней нет, при $a = 2$ x — любое число, при $a \neq 0$ и $a \neq 2$ $x = -\frac{2}{a}$.

Контрольная работа № 6

Подготовительный вариант. **1.** а) $9x^2 - 25a^2$; б) $9x^2 - 30ax + 25a^2$; в) $27^3 - 135x^2a + 225xa^2 - 125a^3$; г) $9x^2 + 25y^2 - 30xy + 12x - 20y + 4$; д) $27x^3 - 125y^3$. **2.** а) $(11a - 9b)(11a + 9b)$; б) $(4x - 7y)^2$; в) $(5x + 3y)(25x^2 - 15xy + 9y^2)$; г) $(a - x)^3$; д) $(a + 2b)(a^4 - 2a^3b + 4a^2b^2 - 8ab^3 + 16b^4)$. **3.** При $x = 4{,}5$. **4.** −12. **5.** а) 1; б) 3. **6.** а) $(a - b + c)^2$; б) $(4x + 1)(7x^2 - x + 1)$. **7.** $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + 1 > 0$. Вариант 1. **1.** а) $9x^2 - a^2$; б) $9x^2 - 6ax + a^2$; в) $27x^3 - 27x^2a + 9xa^2 - a^3$; г) $9x^2 + y^2 - 6xy + 12x - 4y + 4$; д) $27x^3 - y^3$. **2.** а) $(12a - 7b)(12a + 7b)$; б) $(2x + 7y)^2$; в) $(4x + 3y)(16x^2 - 12xy + 9y^2)$; г) $(a - 1)^3$; д) $(a + 2b)(a^6 - 2a^5b + 4a^4b^2 - 8a^3b^3 + 16a^2b^4 - 32ab^5 + 64b^6)$. **3.** При $x = -8$. **4.** 45. **5.** а) 2; б) −4. **6.** а) $(a + b - c)^2$; б) $(3x - 1)(3x^2 + 1)$. **7.** $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 1 > 0$. Вариант 2. **1.** а) $x^2 - 25a^2$; б) $x^2 - 10ax + 25a^2$; в) $x^3 - 15x^2a + 75xa^2 - 125a^3$; г) $x^2 + 25y^2 - 10xy + 4x - 20y + 4$; д) $x^3 - 125y^3$. **2.** а) $(6a - 13b)(6a + 13b)$; б) $(5x - 8y)^2$; в) $(5x - 3a)(25x^2 + 15xa + 9a^2)$; г) $(a + 1)^3$; д) $(2a + b)(64a^6 - 32a^5b + 16a^4b^2 - 8a^3b^3 + 4a^2b^4 - 2ab^5 + b^6)$. **3.** При $x = 9$. **4.** 43. **5.** а) 1; б) −2. **6.** а) $(a - b - c)^2$; б) $(3x + 1) \times (3x^2 + 1)$. **7.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 1 > 0$. Вариант 3. **1.** а) $9x^2 - 4a^2$; б) $9x^2 - 6ax + a^2$; в) $27x^3 - 54x^2a + 36xa^2 - 8a^3$; г) $9x^2 + 4y^2 - 12xy + 6x - 4y + 1$; д) $27x^3 - 8y^3$. **2.** а) $(4a - 15b)(4a + 15b)$; б) $(11x - 3y)^2$; в) $(0{,}5x - 5a)(0{,}25x^2 + 2{,}5xa + 25a^2)$; г) $(a - 2x)^3$; д) $(a - 0{,}5b)(a^4 + 0{,}5a^3b + 0{,}25a^2b^2 + 0{,}125ab^3 + 0{,}0625b^4)$. **3.** При $x = 1{,}5$. **4.** $-9\frac{3}{16}$. **5.** а) 0,5; б) 2. **6.** а) $(a + b - 2)^2$; б) $(4x - 1)(7x^2 + x + 1)$. **7.** $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + 2 > 0$.

Контрольная работа № 7

Подготовительный вариант. **1.** а) 9; б) 4. **2.** (−30; 0), (0; −51). **4.** $y = -\frac{2}{3}x$. **5.** (3; −1). **6.** $y = -2004x - 1$. **7.** (2; −3). Вариант 1. **1.** а) 9; б) 3. **2.** (0,5; 0), (0; −18). **4.** $y = -4x$. **5.** (2; 1). **6.** $y = 2x - 3$. **7.** (−1; 2). Вариант 2. **1.** а) −3; б) 2. **2.** (0,5; 0), (0; 21). **4.** $y = -3x$. **5.** (18; −6). **6.** $y = -x + 1$. **7.** (1; 1). Вариант 3. **1.** а) 0; б) $-1\frac{1}{3}$. **2.** (30; 0), (0; −39). **4.** $y = -0{,}5x$. **5.** (3; 2). **6.** $y = -2001x + 2$. **7.** (−3; 1).

Контрольная работа № 8

Подготовительный вариант. **1.** (−1; 3). **2.** 5. **3.** (1,2; −0,4). **4.** 21 км/ч. **5.** $2x + 5y = 3$. **6.** $p \neq \pm 1$. **7.** 8 ч. Вариант 1. **1.** (1; 4). **2.** 4. **3.** (−15; 12). **4.** 14 км/ч. **5.** $3x + 2y = -4$. **6.** $p \neq \pm 1$. **7.** 6 ч.
Вариант 2. **1.** (2; 3). **2.** 9. **3.** (15; 9). **4.** 9 км/ч. **5.** $7x + 2y = -12$. **6.** $p \neq \pm 1$. **7.** 5 га. Вариант 3. **1.** (−1; −1). **2.** 13. **3.** (1; 1). **4.** 40 км/ч. **5.** $3x - 2y = 5$. **6.** $p \neq \pm 1$. **7.** 9 ч.

Итоговая контрольная работа

Подготовительный вариант. **1.** а) −34; б) x — любое число; в) ±0,5. **2.** $\{-0{,}25; 0\}$. **3.** 7,8. **4.** 90 км/ч. **5.** а) $y_{наим} = -2$, $y_{наиб} = 2$; б) −5. **6.** $-b^2(3a + 4b)$. **7.** $y = 2x + 4$. **8.** (−1; 1; −2). Вариант 1. **1.** а) 2,6; б) x — любое число; в) ±1. **2.** $\left\{-6\frac{4}{11}; 0; 5; 6\frac{4}{11}\right\}$. **3.** $2\frac{2}{7}$. **4.** 10 км. **5.** а) $y_{наим} = -6$, $y_{наиб} = 2$; б) 3. **6.** $a^2(2a - 3b)$. **7.** $y = 2x - 1$. **8.** (1; 2; 1).
Вариант 2. **1.** а) 0,24; б) нет корней; в) ±1. **2.** $\left\{-5\frac{5}{7}; -\frac{1}{6}; 0; 5\frac{5}{7}\right\}$. **3.** 2. **4.** 70 км/ч. **5.** а) $y_{наим} = -2$, $y_{наиб} = 6$; б) 3. **6.** $3b(a^2 + b^2)$. **7.** $y = 2x - 1$. **8.** (2; 1; 1). Вариант 3. **1.** а) 8; б) нет корней; в) ±1. **2.** $\{-2; 0\}$. **3.** 2,7. **4.** 60 км/ч. **5.** а) $y_{наим} = -2$, $y_{наиб} = 6$; б) −5. **6.** $3b^2(b - a)$. **7.** $y = -2x + 7$. **8.** (2; −1; −2).

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

Глава 1. Выражение и множество его значений

1. а) При $k \geqslant 0$; б) при $-3 < k \leqslant -1$; в) при $k > -3$. **2.** а) При $k \leqslant 0$; б) при $0 < k \leqslant 4$; в) при $k \leqslant 4$. **3.** а) При $p > 0$; б) при $p = 0$. **4.** а) При $p > 0$; б) при $p = -1$. **5.** а) При $p < 0$; б) при $p = 0$. **6.** а) При $p > 0$; б) при $p = 0$.

Глава 2. **Одночлены**

1. а) $m = \pm 2$, $n = 4$; $m = \pm 4$, $n = 2$; $m = 16$, $n = 1$; б) $m = \pm 2^k$, $n = 4k$, где $k \in N$. **2.** а) $m = 2$, $n = 3$; б) $m = 0$, $n = 1$; в) $m = n = 1$. **3.** а) $m = 0$, $n \in Z$, $n \geqslant 0$ или $n = 0$, $m \in Z$, $m \geqslant 0$; б) $m = n = 1$; в) $m = 1$, $n = 2$ или $m = 2$, $n = 1$.

Глава 3. **Многочлены**

1. а) При $n = 1$; б) при $n = 2k + 1$, где $k \in N$; в) при любом четном натуральном n. **2.** а) 2; б) 4. **3.** $a > 0$. **4.** а) 0; б) −1; в) 1; г) −1; д) 1.

Глава 4. **Уравнения**

1. а) $m \neq 1$; б) 1; в) $m \neq 1$; г) не существует; д) 0; е) ±1. **2.** а) $m \neq -1$; б) не существует; в) $m \neq -1$; г) −1; д) 0; е) $-\frac{2}{3}$. **3.** а) 1; б) $p \leqslant 1$; в) $p > 1$; г) −1. **4.** 1. **5.** а) $p > -1$; б) $p < -1$; в) $p > 5$. **6.** а) $k = \pm 2$, $k = \pm 1$; б) −1; 0; 2; 3; в) $k = \pm 2$, $k = \pm 1$; г) −2; 0. **7.** −11.

Глава 5. **Разложение многочленов на множители**

1. ±16; ±8. **2.** −4; 0; 2. **3.** а) 1; б) −1; в) 2. **4.** а) $k < 0$; б) 4; в) 0; 1.

Глава 6. **Формулы сокращенного умножения**

1. а) ±4; б) 4; в) 9. **2.** а) $c > 36$; б) $c > 9$. **3.** $c > 6$.

Глава 7. **Функции**

1. а) −2; б) −0,5; в) 0; г) 1; д) 2; е) −1; ж) $k < 0$; з) $k \neq 1$; и) −1; к) $-1 \leqslant k \leqslant -\frac{1}{3}$; л) $-3 \leqslant k \leqslant -1$; м) −0,5; $-\frac{2}{3}$; −1,5; −2; н) $k < -3$ и $k > -\frac{1}{3}$; о) −4; п) 1; р) −3. **2.** а) 5; б) −5; в) $b > 0$; г) $b < 0$; д) $b > 0$; е) $b < 0$; ж) $b < 0$; з) 0; и) $-5 \leqslant b \leqslant -1$; к) $b > -1$ и $b < -3$; л) −2; −3; −6; −5; м) $b > -1$ и $b < -7$; н) 2; о) −2; п) 2. **3.** а) $k = -2$, $b = 2$; б) $k = -2$, $b = -2$. **4.** (1; −2).

Глава 8. **Системы линейных уравнений**

1. $m = 2k - 1$, $n = 3k - 2$, где $k \in Z$, $k \geqslant 0$. **2.** 1. **3.** а) 0,5; б) ±1,5. **4.** а) 0; б) 0,5; в) 0,75. **5.** $a = 1$, $b = 1$. **6.** $x - y = -2$. **7.** $a = 2$, $b = 1$. **8.** $-2\frac{2}{3}$.

ТЕСТЫ

№ теста	№ варианта	1	2	3	4	5	6
1	1	4	2	3	4	1	4
	2	3	1	2	4	3	2
2	1	2	1	2	2	3	4
	2	3	2	1	3	4	2
3	1	2	3	4	2	4	2
	2	2	4	3	3	1	2
4	1	3	4	2	3	2	3
	2	2	1	3	2	4	2
5	1	2	3	4	2	1	4
	2	4	3	2	3	3	2
6	1	1	4	2	4	1	3
	2	4	2	3	2	1	2
7	1	2	3	4	3	4	4
	2	4	1	4	1	4	4
8	1	2	2	3	4	2	1
	2	3	4	2	4	3	1
9	1	3	3	3	3	2	3
	2	2	4	1	1	3	2
10	1	2	4	2	4	3	4
	2	3	3	3	4	4	2
11	1	2	3	4	4	1	2
	2	4	3	3	2	3	3
12	1	4	2	1	2	3	3
	2	2	1	4	4	4	4
13	1	2	2	2	4	2	2
	2	2	3	3	4	3	4
14	1	3	1	1	2	3	2
	2	4	4	3	4	3	4
15	1	4	3	2	1	2	2
	2	3	1	2	2	4	4
16	1	2	2	1	4	4	2
	2	3	2	3	1	4	4

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Феоктистов Илья Евгеньевич

АЛГЕБРА

7 класс

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *И. В. Цыцарева*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*
Корректоры *И. Н. Баханова, Л. В. Дьячкова*

Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат $60\times90^1/_{16}$. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,5. Тираж 5000 экз. Заказ № 0820400.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.
E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (495) 783 8284, 783 8285, 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 657 9898 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

ЯПК arvato

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97